Capítulo 4
La teoría de la relatividad de Einstein

Sección 12. La teoría especial y la teoría general de la relatividad

Primero veremos algunos datos biográficos de Albert Einstein (1879-1955), físico alemán y Premio Nóbel de 1921, que sirven para refutar cuatro mitos sobre su persona y ciencia (Sección 12.1). Después analizo la teoría especial de la relatividad (Sección 12.2) y la relatividad general (Sección 12.3). En estas dos últimas secciones se usan matemáticas simples. El desarrollo matemático completo y complejo se encuentra en los apéndices V y VI, respectivamente.

Sección 12.1. Cuatro mitos sobre Einstein

Antes de entrar en la teoría de la relatividad, quiero primero confrontar con los hechos cuatro mitos que se han formado alrededor de su persona y ciencia. Extraña es la vida de los mitos. ¿Quién creería que en varios libros y miles de *websites*, y en la famosa columna de Ripley *Believe It or Not*, se ha difundido el mito de que Einstein, durante sus años escolares, era malo en matemáticas? El segundo mito es el del genio matemático solitario. El tercer mito, difundido por autores conocidos y miles de páginas *web*, es el de atribuirle un grado de autismo, al igual que Newton. Y el cuarto mito es el de atribuirle una filosofía de la ciencia positivista.

El mito que Einstein no sabía de matemáticas en la escuela. Veamos los hechos. En primaria, todos los años, Einstein era el número uno de su salón. En el Gymnasium, hasta la edad de 15 años, obtenía en matemáticas, todos los años, la calificación más alta posible, o la más alta menos uno.[258] Desde que tenía 10 años, sus padres solían recibir en casa, los jueves, a un estudiante de medicina 11 años mayor que Einstein, llamado Max Talmud (después en los EUA Talmey), practicando a su manera una tradición judía que pide invitar a comer a un estudioso del Torah los sábados. Éste le trajo a Einstein una obra popular en física, de 21 volúmenes, de Aaron Bernstein, titulado *Libros de Ciencias Naturales para el Pueblo,* que tuvo un impacto profundo en Einstein y además, un libro de texto de geometría, que contenía materias que, en la escuela de Einstein, eran programadas dos grados escolares más adelante, pero que éste, adelantándose, asimiló ahora en unos cuantos meses. Einstein se gozaba mostrar a Talmud, cada jueves, cuales problemas de su "*libro sagrado de geometría*"[259] había resuelto durante la semana. Sus padres y su tío Jacob Einstein le trajeron, además, otros libros de geometría y álgebra. Einstein podría estar inmerso durante días en la búsqueda de una solución de la cual no desistía hasta encontrarla y, según su hermana Maja, quien lo idealizaba, "*no cabía en sí de felicidad*" cuando triunfaba y como él mismo decía, se deleitaba al descubrir que teoremas matemáticos pueden derivarse de simples axiomas: "*A los 12 años quedaba emocionado al descubrir que solamente con el poder de la razón, sin ayuda de experiencia externa, era posible descubrir la verdad*" y pronto rebasó a su tutor privado, como admitió Talmud: "*Se dedicó después a matemáticas más elevadas,*" a

[258] Abraham País, *Subtle is the Lord. The Science and Life of Albert Einstein* (2005): 37

[259] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 19 y en Abraham País, *Subtle is the Lord. The Science and Life of Albert Einstein* (2005): 38

saber, cálculo diferencial e integral y *"pronto, el vuelo de su genio matemático era tan alto, que yo no podía seguirlo más."*[260]

En 1935, cuando un rabí le confrontó con el encabezado de Ripley que rezaba *"El matemático más grande de todos los tiempos fracasó en matemáticas"*, Einstein se rió y dijo "*Nunca fallé en matemáticas. Antes de tener 15 años ya dominaba el cálculo diferencial e integral.*"[261] A los 17 años, Einstein pasó las vacaciones con sus padres en Pavia, Italia, y se dio cuenta de que su tío Jacob y el ingeniero asistente de la fábrica ya llevaban varios días tratando de resolver un problema matemático relacionado con el diseño de una máquina nueva. Einstein lo resolvió en 15 minutos.[262] Dos años antes de la edad requerida, presentó el examen de admisión del Politécnico en Zürich, y obtuvo la califiación máxima en álgebra, geometría y física. Tuvo algunos problemas con algunas materias que no había cursado completamente cuando, a los 17 años, se salió del colegio en Munich, para huir del autoritarismo del sistema educativo alemán de aquel entonces y de la conscripción militar. Para ponerse al día, Einstein cursó un año en un colegio en Aarau, con un sistema de enseñanza que le encantaba, basado en la filosofía educativa de Pestalozzi, que fomenta el interés, la iniciativa y el sentido crítico de los alumnos. Einstein terminó como número dos del salón, con un promedio de 5.5, en una escala de 1 a 6, con calificaciones de 5 o 6 en todas las materias de matemática y ciencia, pero 3 en francés, que nunca fue su fuerte. Hizo el examen de admisión del Politécnico con excelentes califiaciones.[263]

El mito de Einstein como genio matemático solitario. Durante sus cuatro años en el Politécnico de Zürich hubo un cambio. Einstein no asistía a las clases de matemáticas complicadas impartidas por el genial Hermann Minkowski (1864-1909) y, en general, "*Einstein era un estudiante bastante errático, brincando muchas clases, y apenas cumpliendo con el mínimo necesario de trabajo para la graduación, mientras dedicaba la mayor parte de su tiempo al estudio de temas más avanzados de la física.*"[264] Einstein se había formado el juicio de que las matemáticas no eran tan necesarias para la física. En su autobiografía confiesa su error: "*Yo tuve excelentes maestros y habría podido recibir una educación matemática profunda. El hecho de que fui hasta cierto punto negligente en matemáticas no solamente se debe al hecho de que me interesaban más las ciencias naturales que las matemáticas, sino ... que vi las matemáticas divididas en muchas especialidades, cada una de las cuales podría absorber una vida entera. Me encontraba en la posición del burro de Uridan que no lograba decidirse cuál porción de heno escoger.*"[265] Obviamente, lo mismo podría decirse de las muchas ramas de la física.

Un biógrafo de Einstein, que es experto en la física-matemática relativista, hace el siguiente comentario sobre Einstein, que podría sorprender al lector: "*Él siempre fue un matemático bastante mediocre.*"[266] Más tarde en su vida, Einstein reconoció que "*un conocimiento más profundo de los principios básicos de la física está condicionado en [el conocimiento de] los métodos matemáticos más intrincados*"[267] y al final de su vida confesó: "*A una edad temprana, suponía que un físico exitoso sola-*

[260] Ambos citados en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 17, 20
[261] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 16
[262] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 24
[263] Abraham País, *Subtle is the Lord. The Science and Life of Albert Einstein* (2005): 41
[264] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 11
[265] Citado en Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 2-3
[266] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 2
[267] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 33

mente necesitaba saber matemáticas elementales. Más tarde me di cuenta, con profundo arrepentimiento, que este supuesto mío era completamente equivocado."[268] Minkowski ofrecía precisamente lo que Einstein necesitaba, a saber, la integración de física y matemáticas más complicadas, pero Einstein, en este momento, no lo comprendía, lo que le provocó a Minkowski el comentario que este "*perro perezoso*" (se refería a Einstein) "*nunca se preocupaba de las matemáticas en absoluto*."[269]

En consecuencia, Einstein se apoyaba en otros para el desarrollo matemático de sus ideas innovadoras en la física. Dos personas ayudaron a Einstein en la elaboración de la teoría general de la relatividad, a saber, el mismo profesor Minkowski y un compañero de salón, Marcel Grossmann (1878-1936), ambos matemáticos expertos. Antes de los exámenes de matemáticas en el Politécnico, Grossmann le prestaba a Einstein, quien casi no asistía a las clases, sus apuntes, quien agradecido comentó mucho después: "*Sus apuntes, podrían imprimirse y publicarse [sin cambios]. Cuando llegaba el tiempo de los exámenes, él me prestaba sus cuadernos y éstos me salvaron. Lo que habría hecho sin estos cuadernos, prefiero no especular al respecto*."[270] De esta manera, Einstein logró sacar 4's (en una escala de 1 a 6) en la mayoría de los cursos de matemáticas, en contraste con los 5's y 6's que sacaba para física. El profesor Minkowski le ayudó tiempo después con una expresión matemática de la teoría de la relatividad en un espacio-tiempo cuatridimensional, como reconoció Einstein cuando publicó la teoría general de la relatividad: "*La generalización de la teoría de la relatividad ha sido facilitada considerablemente por Minkowski, un matemático que fue el primero en reconocer la equivalencia formal entre las coordenadas del espacio y la coordenada del tiempo.*"[271]

La ayuda de Grossmann fue decisiva para salvar la teoría general, cuya elaboración le tomó a Einstein *diez años de su vida* (1905-1916). Después de haber anunciado la conveniencia de una teoría general, al final de la versión definitiva de la relatividad especial de 1907, Einstein anunció que era necesario elaborar la generalización de la teoría[272] y dio algunas sugerencias sin llevar a cabo la tarea, argumentando que "*este no es el lugar para una discusión detallada de la cuestión.*"[273] Durante un año hizo algunos intentos, pero se atascó en problemas matemáticos que no dominaba, dado que "*había demostrado en el Politécnico de Zürich que la geometría no-euclidiana no era su fuerte.*"[274] Dejó de trabajar en la relatividad general por cuatro años. Pero, aprovechando su regreso de Praga a Zürich, en julio de 1912, acudió a Grossmann, quien había hecho su tesis de doctorado sobre geometría no-euclidiana, había publicado siete artículos sobre el tema y en este momento era el director de la facultad de matemáticas del Politécnico. "*Grossmann, necesito tu ayuda o si no, me volveré loco.*"[275] Grossmann, con la generosidad que le caracterizaba, le entró y recomendó a Einstein la geometría de un discípulo de Carl Friedrich Gauss, a saber, Bernhard Riemann (1826-1866), quien había de-

[268] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 33
[269] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 35
[270] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 36
[271] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 146-200
[272] Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 301-311
[273] Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 302
[274] Gracias a los apuntes de Grossmann, había sacado 4.25 (en una escala de 0 a 6, es decir 7 en una escala de 0 a 10) en los dos cursos de geometría. Véase Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 192.
[275] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 193

sarrollado el concepto matemático del tensor métrico, que en el caso del espacio-tiempo de cuatro dimensiones, tiene 16 componentes, de los cuales 10 son independientes.[276] En una carta de octubre de 1912, a su amigo el físico Arnold Sommerfeld, Einstein exultó "*Estoy dedicado tiempo completo al problema de la gravitación, y creo que con la ayuda de un amigo matemático de aquí, superaré todas las dificultades. He llegado a estar profundamente impregnado de un gran respeto a las matemáticas, cuya parte más sutil yo había despreciado, en mi ignorancia, como puro lujo.*"[277]

Grossmann no solamente lo introdujo en la geometría del espacio curvado de Gauss-Riemann sino que tuvo una participación mayoritaria en la elaboración de las ecuaciones de campo de la teoría de la gravitación. Cuando la publicó, Einstein reconoció esta ayuda, diciendo en una introducción (que muchas reediciones de las obras de Einstein omiten), que Grossmann lo introdujo en las matemáticas difíciles de Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci y Levi-Civita, necesarias para la teoría y que le ayudó a elaborar las ecuaciones de campo de la gravitación de la teoría general: "*Quiero dar un reconocimiento agradecido a mi amigo Grossmann, cuya ayuda me salvó de la tarea de tener que estudiar la literatura matemática pertinente y también me ayudó en mi búsqueda de las ecuaciones de campo de la gravitación.*" [278] Es un hecho que la primera publicación sobre la relatividad general, que contiene la parte formal-matemática de las ecuaciones de campo de la gravedad, es conjuntamente de Einstein y Grossmann.[279] Y en 1914, Einstein reafirmó: "*En años recientes he trabajado, en parte conjuntamente con mi amigo Grossmann, en una generalización de la teoría de la relatividad.*"[280] Si a Einstein y Grossmann, juntos les hubieran otorgado el Premio Nóbel de Física por la teoría general de la relatividad, esto habría sido un acto de justicia y reconocimiento al mérito inmenso de ambos.

No solamente Minkowski y Grossmann, sino también otros asistentes le ayudaron a Einstein en el desarrollo matemático de sus ideas. Según Ohanian, "*Einstein dejaba cualquier trabajo difícil en matemáticas en manos de otros,*" como, por ejemplo, Marcel Grossmann, en Zürich, como ya vimos, y otros asistentes matemáticos que él employaba después en Berlin y Princeton, como, por ejemplo, Ernst Straus, en la Universidad de Princeton, a los que él se refería como mis "*caballos calculadores*" (*Rechenpferde*), en alusión a un famoso caballo, Hans, que parecía dominar el arte de las matemáticas.[281] Con todo y la ayuda que recibió, Einstein pagó un precio, cometiendo de 1915 a 1946, unos 25 errores en física-matemática, entre ellos siete errores en las siete pruebas que propuso sucesivamente de la famosa ecuación $E = mc^2$ (nota 282). El mérito de la prueba final correcta es de Max Von Laue (1879-1969), físico alemán y Premio Nóbel de física de 1914 y Felix Klein (1849-1925), matemático

---

[276] Véae el Apéndice VI B de este libro

[277] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 33, 193

[278] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 146

[279] Albert Einstein y Marcel Grossmann, "Covariance properties of the Field Equations of the Theory of Gravitation Based on the Generalized Theory of Relativity", en: *Zeitschrift für Mathematik un Physik,* vol. 63 (1914), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 6-15

[280] Albert Einstein, "The Formal Foundation of the General Theory of Relativity"", en: *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften. Sitzungsberichte* (1914), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 30-84

[281] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 2-3

[282] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): *passim.* David Bodanis, en $E = mc^2$. *A Biography of the World's Most Famous Equation* (2000), no revela esta circunstancia.

alemán que difundió la geometría no euclidiana.[283] La razón por qué casi todos (incluyendo a Einstein) dan el mérito a Einstein es, según Jagdish Mehra, *"la sociología de la ciencia, la cuestión del gato y la crema; Einstein era el gato grande de la relatividad, y se le atribuye todo el platillo de la crema, por derecho o por leyenda."*[284]

El mito del autismo de Einstein. Este mito ha sido difundido por Baron-Cohen, Legdin, Muir y Marlin[285] y miles de páginas *web* quienes atribuyen a Newton y Einstein por igual un desorden autista. Baron-Cohen es director del *Austism Research Center* de Cambridge University y conocedor del autismo. Mi propio doctorado en psicoterapia me ha dado conocimientos para diferenciar mito y verdad en diferentes teorías psicopatológicas.[286] El autismo es un desorden mental, de la cual todavía se discute en qué proporción es generado por factores genéticos y en qué proporción por disfunciones del sistema familiar. Independientemente de su origen, esta patología se caracteriza por una combinación del desorden compulsivo-obsesivo y el desorden de la evitación esquizoide de contacto con otros, ambos en un grado extremo. Vimos que Newton, en efecto, padecía estos dos desórdenes en un grado extremo,[287] de modo que se le puede atribuir un grado de autismo. En el caso de Einstein, este diagnóstico parece estar basado en dos errores. El primer error es que Baron-Cohen considera, correctamente, que los autistas son motivados para sistematizar y no para empatizar e, incorrectamente, que Einstein sistematizaba compulsivamente. Tal vez sea la falta de conocimientos de física que le hayan llevado a Baron-Cohen a hacer esta conjetura. Einstein no sistematizaba con la compulsión obsesiva de un autista, sino al contrario, *rechazando la sistematización de conocimientos de física de su época, se abrió camino con creatividad en terreno desconocido*.

El segundo error es de lógica. Sucede que a veces *un mismo efecto pueda ser causado por dos diferentes causas*. En tal caso, no se puede concluir, a partir de la observación del efecto, que existe una de las dos causas. Algo análogo pasa con Einstein. Vemos el fenómeno de su *poca comunicación con compañeros de la escuela de su edad* (el efecto). Este efecto se puede atribuir a un posible grado de autismo, pero también a un interés muy creativo y precoz en cuestiones de física. Como vimos antes, en el caso de Einstein consta su poca interacción con compañeros de la escuela,[288] claramente atribuible a su interés creativo y precoz en la física. Si este rasgo de actividad intelectual fuera atribuible a un grado de autismo, tendríamos que observar en Einstein un rasgo *generalizado* de huir de la comunicación y el contacto con otras personas, *en general*. Esto, sin embargo no es el caso, como anota el autor de la mejor biografía de Einstein:

> *"Tenía una gran capacidad de estar solo, rasgo que él decía haber cultivado durante toda su vida, pero este desapego era muy especial, dado que estaba revuelto con un gran gusto en camaradería y compañía inte-*

[283] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 2-3
[284] Citado en Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 166
[285] Simon Baron-Cohen, *The Essential Difference* (2003): 167; Norm & Marsha Ledgin, *Asperger's and Self-Esteem: Insight and Hope through Famous Role Models* (2002): cap. 7; Hazel Muir, "Einstein and Newton Showed Signs of Autism," en: *New Scientist,* 23 de abril de 2003; Thomas Marlin, "Albert Einstein and LD," en *Journal of Learning Disabilities* (2000): 149. Véase también Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 566
[286] Véase Juan Auping Birch, *Una revisión de la teoría psicoanalítica a la luz de la ciencia moderna* (2000)
[287] Véase la Sección 6 de este libro
[288] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): capítulo 1

> *lectual. (..) No obstante su actitud distante y ocasionalmente rebelde, tenía definitivamente la capacidad de forjar amistades cercanas y de empatizar con colegas y la humanidad en general."* [289]

Einstein huía del contacto con gente superficial, pero *"no obstante su reputación de desapego, forjaba en Zürich amistades intelectuales que duraban toda su vida*".[290] Como ejemplo podemos referir a su interacción afectuosa y amistosa con los miembros de la familia Winteler, durante su estancia en el colegio de Aarau, al grado que "*los Wintelers le ayudaron a florecer emocionalmente y abrirse a la intimidad.*"[291] Ahí están sus amistades con compañeros del Politécnico en Zürich, a saber, Marcel Grossmann (1878-1936), Michele Angelo Besso (1873-1955) y su pareja, Mileva Maríc (1875-1948), la cual le ayudó (según Einstein, y según el hijo de ambos, Hans Albert[292]) con las matemáticas de nivel intermedio para sus artículos revolucionarios en *Annalen der Physik* de 1905 y a quien prefirió sobre su primer amor, Marie Winteler, a la que llegó a percibir como superficial. Y ahí está también la Academia Olympia, constituida por Einstein, Maurice Solovine y Conrad Habicht, dedicada a la lectura e intercambio intelectual, al alpinismo y a la recreación jocosa y amistosa, durante su estancia en Bern como empleado en la oficina de patentes.

Ciertamente, le faltaba a Einstein tacto, pero esto resultaba sobre todo de su desprecio a todo convencionalismo, tanto en lo social como en lo intelectual y su gusto de provocar con actitudes de desafío impúdico e imprudente a los convencionales. Algunos profesores, tanto en la escuela media como en el Politécnico, llegaron a odiarlo por esta razón. Como no deja de subrayar Isaacson, fue esta actitud rebelde combinada con una gran creatividad intelectual, que permitieron que Einstein revolucionara, de 1905 a 1917, la física. Este tipo de creatividad intelectual es exactamente lo contrario de lo que haría un compulsivo-obsesivo rígido. Además, el manifiesto placer con que Einstein gozaba la fama que adquirió a partir de 1919, [293] y su capacidad notable de ganarse a los periodistas para cultivar esta fama, son exactamente lo contrario de lo que haría un autista. Einstein, al igual que Newton, rechazaba el trato con gente superficial, pero, a diferencia de Newton, *era plenamente capaz de formar y conservar amistades intelectuales de por vida, cosa de la cual un autista sería incapaz*. Desterremos, entonces, al reino de los mitos la idea de que Einstein era autista.

El mito del positivismo de Einstein. En el contexto de este libro, el mito que resulta el más aberrante de todos es el que atribuye a Einstein una filosofía positivista de la ciencia. Se debe al hecho de que Einstein leyó en la Academia Olympia en Zürich, las obras de David Hume (1711-1776) y sobre todo Ernst Mach (1838-1916), físico-filósofo austriaco, considerados como los precursores del positivismo. Dice, por ejemplo, una enciclopedia conocida de Mach: "*Sus escritos influyeron bastante en Einstein y pusieron los fundamentos del positivismo lógico*."[294] Mach ciertamente le "*inculcó a Einstein escepticismo a conceptos inobservables, como el tiempo absoluto*"[295] y, en general, los

---

[289] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 12-13, mis negrillas
[290] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 36
[291] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 27
[292] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 135-135
[293] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 256-272
[294] "Ernst Mach", en: *Cambridge Encyclopedia*, edited by David Crystal, 4th ed. (2000): 677-678
[295] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 164

conceptos que no representan una objeto físico real. Esto explica el afán de Einstein de proponer teorías en donde los conceptos representan objetos *físicamente reales y no constructos matemáticos nada más*, como, por ejemplo, quanta de luz (fotones) o átomos. Pero, si bien es cierto que Einstein compartía esta parte de la filosofía de Mach, no veía necesario que estos objetos físicos sean directamente observables, aceptando conceptos de objetos que solamente son indirectamente observables. Además buscaba teorías universales, que no son verificables, aunque sí refutables y que Mach, por ser positivista, rechazaba. Por estas razones, según Philipp Frank, amigo de Einstein, éste "*desarrolló una cierta aversión de la filosofía de Mach*." [296]

Quien con justa razón se jactaba de haber acabado con el positivismo, era Popper: "*I killed positivism*" (yo maté el positivismo). A continuación comprobaré que Einstein, *en los hechos*, lejos de ser positivista, practicaba la filosofía de la ciencia de Popper muchos años antes de que éste la dio a conocer. Lamentablemente, ninguno de los dos se dio cuenta de esta circunstancia, porque cuando Popper visitó a Einstein en Princeton, en 1950, después de dar una conferencia sobre este tema, se enfrascaban en una discusión en donde Einstein defendía (débilmente) la causalidad determinista y Popper (convincentemente), la causalidad indeterminista.[297] Esto tal vez les haya impedido reconocer en aquel momento que en lo esencial estaban de acuerdo.

El positivismo es la filosofía que niega la posibilidad y utilidad de enunciados universales que presumen validez para todas las regiones espacio-temporales del Universo y solamente admite enunciados básicos sobre hechos, del tipo 'aquí y ahora veo tal cosa'. Positivistas extremos piden actas notariadas para dar fe de las observaciones. Positivistas menos extremos admiten que repetidas observaciones del mismo hecho permiten, por inducción, hacer ciertas generalizaciones para cierta región espacio-temporal del Universo, con base en una muestra. Por ejemplo, si se han observado en una muestra de canales, lagos y parques de Inglaterra, que todos los cisnes allí son blancos, se puede hacer una generalización del tipo 'en Inglaterra todos los cisnes son blancos', indicando el margen de error. Existen métodos estadísticos, para hacer este tipo de *generalizaciones inductivas* basadas en muestras aleatorias.[298]

En cambio, la filosofía de la ciencia de Popper afirma que los enunciados universales son la meta de la ciencia y que, por ser universales, jamás pueden ser verificados definitivamente, pero sí pueden ser refutados por los hechos, en alguna región espacio-temporal del Universo, por medio de enunciados básicos de hechos.[299] Por ejemplo, en el caso del enunciado universal 'todos los cisnes son blancos', el enunciado básico que lo corrobora es 'en esta región espacio-temporal del Universo, todos los cisnes son blancos', y el enunciado básico que lo refuta sería 'en esta región espacio-temporal del Universo, existen algunos cisnes negros'. El primer enunciado básico corrobora, pero no verifica el enunciado universal; el segundo, lo refuta. Esta filosofía de la ciencia está basada en la filosofía de los tres mundos de Popper y Penrose. Según esta filosofía, el mundo 1 es el mundo físico real. El mundo 2 es el mundo subjetivo de los procesos mentales de una persona. El mundo 3 es el mundo de las teorías

---

[296] Citado en Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 164

[297] Karl Popper, *The Open Universe* (2000): 89-92; véase también Karl Popper, *Conjeturas y Refutaciones* (1989): 110. Para una discusión de la causalidad determinista e indeterminista, véase la Sección 22

[298] Véase, por ejemplo, "Inductive Statistics" de Hubert Blalock en *Social Statistics* (1960): 89-412

[299] La explicación más detallada de esta filosofía se encuentra en la Sección 21

objetivas. Estas teorías son científicas cuando hablan de relaciones causales en el mundo 1, y son metafísicas, cuando hablan de la interacción de los tres mundos.[300]

Veamos ahora el modo de proceder de Einstein, para ver si es cierto lo que yo afirmo que, *en los hechos*, lejos de ser positivista, sigue los pasos de la filosofía de la ciencia de Popper. En su primer artículo revolucionario, partió de los hallazgos de Planck sobre la absorción y emisión, por gases, de energía en paquetes cuantificados (véase la Sección 9) y de Lenard sobre el efecto fotoeléctrico (véase la Sección 10). Pero, el interés de Einstein no fue el de afinar o corregir los hallazgos de Planck o Lenard, sino *interpretarlos a partir de una nueva teoría de campo electromagnético.* Para Planck, estos paquetes decían algo de la materia que los absorbía y emitía, pero para Einstein decían algo real de la misma luz absorbida o emitida. Einstein concebía el campo electromagnético no como una onda en forma continua que hace ondular una sustancia etérea —así como el sonido genera ondas físicas en el aire—, sino como *una sucesión de partículas físicas reales que se esparcen en todas las direcciones desde la fuente,* de modo que el campo resultante es discontinuo. Nuestras observaciones de 'ondas' implican promedios estadísticos de posiciones de innumerables partículas en el espacio a lo largo de un lapso de tiempo, y no valores instantáneos. Por lo tanto, a estas partículas van asociadas funciones que predicen la probabilidad de encontrarlas en algún lugar del espacio. *De esta teoría fundamental sobre la luz concebida como partículas, Einstein dedujo enunciados básicos* que podrían ser corroborados (o refutados) experimentalmente.

Uno de estos enunciados básicos, según Einstein, fue el efecto fotoeléctrico: la *energía cinética* de los electrones depende de la *frecuencia de la luz* y la *cantidad de electrones* emitidos depende de la *intensidad de la luz.* Otro experimento sugerido por Einstein era el de medir la correlación entre la cantidad de luz absorbida por un gas y el número de moles de gas ionizados.[301] Posteriormente, Robert Millikan (1868-1953) llevó a cabo el primer experimento sugerido por Einstein y corroboró las ecuaciones de éste. Sin embargo, aún así, ni Millikan, ni Planck aceptaron la teoría fundamental de la luz de Einstein como correcta.[302] Años después, Richard Feynman, al igual que Einstein, sostuvo que el experimento del efecto fotoeléctrico es la prueba definitiva de la concepción de la luz como partículas discretas o fotones.[303]

El modo de proceder de Einstein corresponde, *en los hechos*, a la filosofía de la ciencia que Popper después publicaría. Primero, formula unos enunciados universales y axiomáticos y luego demuestra cómo ponerlos a prueba en experimentos y posteriormente alguien los pone a prueba y los corrobora. Y vice-versa, Einstein presentó la teoría clásica de la luz como *refutada* por los hechos en

---

[300] Véase la Sección 21 de este libro

[301] Albert Einstein, "On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 102-103

[302] Walter Isaacson, *Einstein His Life and Universe* (2007): 100-101

[303] Dice Richard Feynman en *Quantum Electro Dynamics* (2006): 14-15: "*La corriente eléctrica suscitada puede ser amplificada por un amplificador y enviado a una bocina para hacer clics audibles. Cada vez que un fotón de determinado color [=frecuencia] pega el foto multiplicador, se oye un clic del mismo número de decibeles. (..) Es todo o nada: si un foto multiplicador hace un clic en determinado momento, ninguno de los otros hace clic. La luz no se escinde en "medio partículas" que van a diferentes lugares. Quiero poner énfasis en el hecho de que la luz viene de esta forma –como partículas. Es muy importante saber que la luz se comporta como partículas, especialmente para todos ustedes que aprendieron en la escuela que la luz se comporta como ondas. Yo les digo como se comporta realmente –como partículas.*"

el experimento fotoeléctrico.[304] Este modo de proceder, de *oponer dos teorías fundamentales y dejar que los enunciados básicos que constan por experimentos decidan cuál de las dos es corroborada y cuál es refutada, es la quinta esencia de la filosofía de Popper*.

Observamos el mismo modo de proceder en el segundo artículo famoso de 1905, también publicado en los *Annalen der Physik*, sobre el movimiento Browniano de partículas en agua estacionaria.[305] Otra vez basándose en la mecánica estadística, Einstein argumenta que los movimientos azarosos de las moléculas de agua, aunque cada una sea una diez milésima parte del tamaño de la partícula suspendida en el agua, producen en ciertos momentos una sincronía azarosa del movimiento de miles de moléculas en la misma dirección que chocan con el mismo lado de la partícula, haciéndola moverse visiblemente. Así como en el artículo anterior partía de la *realidad física de las quanta de luz,* ahora, de la *realidad física de átomos y moléculas* —que en aquel entonces todavía fue puesta en duda, por ejemplo, por Planck— y contrapone dos teorías fundamentales, la teoría termodinámica clásica y la teoría molecular-cinética y luego propone un experimento para que el enunciado básico resultante de este experimento decida cuál de las dos es falsa y cuál verdadera. Terminó haciendo predicciones precisas, deducidas de su teoría, sobre hechos observables y remató: "*Si realmente se observa el movimiento que se discute aquí, conforme a las leyes que yo espero sean obedecidas, entonces la teoría termodinámica clásica no puede ser considerada como estrictamente válida .. [y] vice-versa, si la predicción sobre este movimiento resulta falsa, esto provee un argumento poderoso contra la teoría molecular-cinética del calor*."[306] Este modo de argumentar es propio de lo que después sería la filosofía de la ciencia de Popper.

Su método, por lo tanto, es deductivo y no inductivo, como acertadamente señala su biógrafo: "*Einstein quería subrayar que había producido* ***una teoría que había sido deducido*** *de grandes principios axiomáticos, y* ***no una teoría que había sido construido sobre la base del registro de datos físicos****, de la misma manera que había dejado en claro que su teoría sobre quanta de luz no había partido de los datos sobre el efecto fotoeléctrico de Philipp Lenard*." [307] El mismo Einstein expresó su preferencia por el método deductivo y su distanciamiento del método inductivo en un ensayo de 1919:

> *"La imagen más simple que alguien podría formarse de la ciencia empírica va en la línea del método inductivo. Hechos individuales son seleccionados y agrupados para que aparezca alguna ley que los conecte.... Sin embargo, los grandes avances en el conocimiento científico no se produjeron así... Los verdaderamente grandes avances en nuestra comprensión de la naturaleza se originaron de una manera diametralmente opuesta*

[304] Dice Einstein en "On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 99: "*La concepción usual que la luz está distribuido continuamente en el espacio por el cual viaja, encuentra dificultades especialmente grandes cuando uno intenta explicar el efecto fotoeléctrico; estas dificultades han sido señaladas en el trabajo pionero de Lenard*.

[305] Albert Einstein, "On the Movement of Small Particles Suspended in Stationary Liquids Required by the Molecular-Kinetic Theory of Heat", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 123-134

[306] Albert Einstein, "On the Movement of Small Particles Suspended in Stationary Liquids Required by the Molecular-Kinetic Theory of Heat", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 123

[307] Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 103-104

> *a la inducción. La comprensión intuitiva de la esencia de un gran complejo de hechos conduce al científico a postular leyes básicas hipotéticas. De estas leyes deduce conclusiones [=predicciones].”* [308]

En la siguiente sección, analizaré este modo de proceder de Einstein para el caso de la teoría especial de la relatividad.

Sección 12.2. La teoría especial de la relatividad

Veremos ahora la interacción de los tres mundos, según Popper y Penrose, en el caso de la teoría especial de la relatividad. En la Sección 12.2.2, analizo cuáles procesos mentales de Einstein (mundo 2) están en el origen de esta teoría (mundo 3). En las Secciones 12.2.3 y 12.2.4, veremos los enunciados universales de la teoría de Einstein (mundo 3) sobre la estructura ordenada y oculta del mundo 1. Y en la Sección 12.2.5 veremos cuáles hechos observables del mundo 1 son capaces de corroborar o refutar estas leyes axiomáticas del mundo 3. Pero, primero veremos algunos antecedentes históricos de la teoría de la relatividad especial (Sección 12.2.1).

Sección 12.2.1. El experimento de Michelson-Morley

Newton regresó a la metafísica aristotélica que postulaba un espacio y un tiempo absolutos. Si se postula un espacio absoluto, está implícita la conjetura de un punto fijo en el cual se centra el marco de referencia inercial. Dado que los cosmólogos, a partir de Newton, ya no concebían a la tierra como este punto fijo, en relación al cual las demás cosas se mueven o no se mueven, pero sí creían en el espacio-tiempo absoluto de Aristóteles y Newton, era necesario buscar algo fijo que podía servir a este propósito. A fines del siglo XIX, se estaba buscando, además, un medio por el cual las ondas electro-magnéticas pueden propagarse. Del archivo antiguo de Aristóteles, Maxwell recuperó el éter, que podría servir ambos propósitos, a saber, el marco de referencia inercial y el medio de la propagación de la luz. El éter se suponía invisible, pero capaz de frenar el paso de la luz y en consecuencia, disminuir su velocidad.

Con el fin de corroborar la hipótesis de Maxwell sobre el éter, Albert Michelson (1852-1931), físico alemán-americano y Edward Morley (1838-1923), químico americano, diseñaron un experimento. Ya en 1878, Michelson había determinado que la velocidad de la luz es de unos 300,000 km/s. Se suponía que la tierra al moverse a través del éter, creaba un ‘viento de éter’ que disminuía la velocidad finita de la luz, cuando ésta viajaba en dirección contraria a aquel. Michelson y Morley diseñaron el experimento de tal manera que un rayo de luz tenía que viajar, primero en la misma dirección del viento de éter, y después la misma distancia, en la dirección contraria. Otro rayo de luz, de la misma fuente, tenía que viajar la misma distancia, pero saliendo y regresando en una dirección perpendicular sobre la dirección del supuesto ‘viento de éter’.

Michelson comparó su diseño con dos nadadores que tienen que nadar 200 pies a una velocidad de cinco pies por segundo ($v = 5p/s$) en un río cuya agua corre a una velocidad de $v = 3p/s$. El primer nadador primero nada 100 pies con la corriente, a una velocidad $v = (5+3)p/s$ y luego

[308] Albert Einstein, “Induction and Deduction in Physics”, en *Berliner Tageblatt*, 25-12-1919, Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 118

la misma distancia de regreso, contra la corriente, a una velocidad de $v = (5 - 3)p/s$. En total tarda [(100/8)+(100/2)]=62.5 segundos. El segundo nadador, al atravesar el río dos veces, tiene que compensar la fuerza de la corriente nadando diagonalmente, con un ángulo de 30 grados, de tal manera que $v^2 = (5^2 - 3^2) = 16p/s$, lo que resulta en una velocidad de $v = 4p/s$. Esto significa que va y viene en 50 segundos. Análogamente, el rayo de luz que primero iba con el viento de éter y luego en contra de él, tardaría más que el rayo que dos veces atravesaba el viento de éter perpendicularmente. El experimento estaba bien diseñado y Michelson y Morley repetían sus pruebas, afinando sus instrumentos, durante siete años, hasta que, en 1887, publicaron el resultado definitivo, a saber, que no habían podido observar variaciones en la velocidad de la luz.

Con el fin de salvar de todos modos el concepto del éter, no obstante la evidencia contundente en el sentido contrario, George FitzGerald (1851-1901) propuso en 1895 una hipótesis auxiliar, a saber, que la distancia que la luz debe recorrer se contrae proporcionalmente cuando la velocidad de la luz (por la resistencia del éter) disminuye, sin dar explicación alguna de esta contracción y adelantó una fórmula matemática para calcular esta contracción. Esto no era más que una "*sugerencia ad hoc que reconciliaba el resultado negativo del experimento Michelson-Morley con la existencia del éter*."[309] Otros físicos, como Henri Poincaré (1854-1912), matemático francés, y Lorentz siguieron la pista señalada por FitzGerald, pero tampoco resolvieron el enigma. Sin embargo, la fórmula matemática, que *nadie podía explicar con una teoría*, describía con precisión el suceso, conocido como la 'contracción de Lorentz'.

CUADRO MATEMÁTICO 12.1 La contracción de Lorentz

La contracción de Lorentz es: (1) $L_i = L_m \sqrt{(1 - v^2/c^2)}$

Supongamos que un observador mide la longitud de una nave espacial que se mueve, en línea recta, con respecto a él, pasándolo de largo con una velocidad v del 60% de la de la luz c ($v = 0.6c$). Según el observador la nave espacial mide 80 metros. Pero, para estar seguro se comunica con el capitán de la nave, quien le dice que su nave mide 100 metros. Los dos quedan desconcertados, pero aceptan la contracción de Lorentz sin entenderla. Según la ecuación de Lorentz, el observador mide con su metro estándar L_m la longitud de la nave que se mueve con respecto a él, y el capitán de la nave mide con su metro estándar L_i la longitud de su nave, que, obviamente, no se mueve con respecto al mismo capitán. Donde el capitán de la nave mide un metro, el observador mide 80 centímetros: $L_i = 0.8L_m$. La nave tiene diferentes longitudes, según se la mide en su propio sistema inercial, o desde el sistema de coordenadas del observador, con respecto al cual la nave está en movimiento.

Esta situación era tan insatisfactoria como, por ejemplo, las ecuaciones de Kepler que describían con precisión las revoluciones de los planetas alrededor del Sol, sin ofrecer teoría viable que explicara el fenómeno, hasta que Newton lo explicó con su ley universal gravitacional. La fórmula de la 'contracción Lorentz' sugiere que, desde el punto de vista del observador, no solamente el objeto en movimiento, sino el mismo espacio por donde viaja el objeto se contrae, de modo que el espacio es algo relativo. Pero, al mismo Michelson no le cayó el veinte que no solamente había refutado el enunciado sobre el éter como medio de propagación de ondas de luz, sino también, indirecta y lógicamente,

[309] John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 172-173

el enunciado sobre el espacio absoluto. La pura lógica le habría bastado para llegar a esta conclusión. Si el único marco de referencia inercial posible en el Universo es el éter, y el éter no existe, sigue la conclusión que no existe ningún marco de referencia espacial fijo en el Universo.

Podemos sintetizar los últimos acontecimientos en el siguiente silogismo, derivado de la filosofía de Popper:

1. Enunciado universal: la velocidad de la luz es menor cuando la luz viaja en la dirección opuesta al flujo del éter que cuando viaja en la misma dirección.
2. Enunciado básico que refuta el enunciado universal: en los experimentos de Michelson-Morley consta que la velocidad de la luz es constante e independiente de la dirección del flujo del éter —cuya existencia se supone—.
3. No existe un flujo de éter portador de las ondas de luz que afecta la velocidad de la luz.

De este silogismo, se deduce otro, más fundamental:

1. Enunciado universal: el éter es el único marco de referencia inercial absoluto del Universo.
2. Enunciado básico que refuta el enunciado universal: consta que no existe el éter.
3. Conclusión: consta que no existe un marco de referencia inercial absoluto en el Universo y por lo tanto, consta que el espacio es relativo y no absoluto.

Dado que la hipótesis del éter fue falseable, y de hecho fue refutada, consta que fue una hipótesis científica, y no de ciencia ficción (véase la Sección 20). Quien se atrevió sacar la única conclusión válida, contra el consenso académico de su tiempo, fue Ernst Mach (1838-1916), a saber, que no existe el éter**.** La falsedad del enunciado sobre la existencia del éter y, por lo tanto, sobre el espacio absoluto, constaba por el experimento de Michelson, *aunque casi nadie estaba dispuesto aceptar esta conclusión*. *Todavía por decenas de años, ¡los académicos seguían aferrándose a estas dos hipótesis falsas!* Por ejemplo, la sección de física del catálogo de la Universidad de Chicago del año 1898-1899 dio a entender que la estructura de la física estaba tan firmemente establecida que no quedaba más trabajo que determinar el sexto decimal de algunos constantes, no obstante el hecho de que el experimento Michelson-Morley le había sacado la alfombra por debajo de los pies a la física clásica. El director del departamento de física de Chicago era Albert Michelson.[310] El mismo Michelson expresó otro tanto en una conferencia en la Universidad de Chicago de 1894: *"Las leyes y hechos más importantes de la ciencia física han sido descubiertos y éstas han sido establecidas tan firmemente que la posibilidad de que algún día queden complementados por nuevos descubrimientos es extremadamente remota."*.[311]

Sección 12.2.2. Como se gestó la teoría especial de la relatividad en la mente de Einstein

Cuando Einstein tenía 10 años, un estudiante de medicina, quien cenaba con la familia Einstein cada jueves, le regaló los 21 volúmenes de la obra popular de ciencias naturales de Aaron Bernstein,[312] que

[310] Isaac Asimov, *Asimov's Biographical Encyclopedia of Science and Technology* (1982): 541
[311] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 267
[312] Aaron Bernstein, *Popular Books on Natural Science* ([1869], 2008)

impactaron a Einstein profundamente. Entre otras cosas, Bernstein explicaba el principio de Galileo sobre la adición de velocidades y comentaba que este mismo principio debería de ser aplicable a la velocidad de la luz, pero que, extrañamente, experimentos empíricos mostraban que la luz viajaba con la misma velocidad, independientemente de la velocidad de la fuente. Concluía Bernstein: "*Dado que se comprueba que cualquier tipo de luz viaja con la misma velocidad, bien se puede decir que la velocidad de la luz es la más general de todas las leyes de la naturaleza*." [313]

A la edad de 16 años, Einstein se entregaba a un experimento de pensamiento, imaginándose qué pasaría si viajara a la velocidad de la luz junto a un rayo de luz: "*Yo tendría que observar este rayo de luz como un campo electromagnético en reposo oscilando espacialmente. Pero, parecía que no existe tal cosa ni en experimentos basados en la experiencia, ni en las ecuaciones de Maxwell.*" [314] Además, no habría manera cómo el observador que viajara con esta velocidad podría saber si esté en reposo o moviéndose a velocidad constante, como tampoco podría saberlo el observador parado en la Tierra: "*¿Cómo podría el primer observador saber que se encuentra en un estado de movimiento uniforme rápido?*"[315] Es que no existía, así razonaba Einstein, un sistema de referencia absoluto. Esta paradoja de "*el rayo de luz congelado*" lo inquietaba por los siguientes diez años de su vida: "*Uno puede ver en esta paradoja el germen de la teoría especial de la relatividad.*" [316]

Einstein partía del principio de la relatividad de Galileo, formulado por éste en 1632 con gran claridad (véase la Sección 5). En este principio de Galileo, las velocidades se suman, por ejemplo, si el jinete va a 30 kilómetros por hora y pega la pelota a 50 kilómetros por hora, la velocidad inicial de la pelota es 80 kilómetros por hora. Si se aplicara este principio a las leyes de Maxwell, entraríamos en problemas, porque estas leyes establecen una velocidad constante de la luz de unos 300,000 kilómetros por segundo. Por lo tanto, si la fuente de la luz viajara con una velocidad de 100,000 kilómetros por hora hacia el observador, el observador debería de medir una velocidad de la luz de 400,000 kilómetros por hora. Einstein percibía una contradicción entre la mecánica newtoniana —en la cual el principio de Galileo está firmemente integrado— y las ecuaciones de Maxwell. En su libro de 1916, con la versión popular de la relatividad especial, Einstein comentó: "*la velocidad de la luz constante no es consistente con la ley de la adición de velocidades [de Galileo]. El resultado era que tuve que gastar casi un año en pensamientos estériles*."[317] Esto producía en Einstein un conflicto interno tanto intelectual como psicológico, a saber, "*un estado de tensión psíquica*" sobre el cual él mismo comenta que: *"[a]l principio, cuando la teoría de la relatividad empezó a germinar en mi mente, yo era visitado por todo tipo de conflictos nerviosos. Cuando era joven, solía irme por semanas enteras en un estado de confusión*."[318]

Otro factor que influía en el proceso mental de Einstein era el rechazo de uno de sus autores favoritos, Ernst Mach, al concepto newtoniano del espacio absoluto como "*una monstruosidad conceptual*", "*una cosa mental que no tiene fundamento en la experiencia,*" "*un concepto metafísico*

[313] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 18-19
[314] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 114
[315] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 114
[316] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 114
[317] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 121
[318] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 114-115

inútil." [319] No solamente los conceptos de espacio y tiempo absolutos le resultaban inaceptables a Einstein, sino también el concepto relacionado del éter, postulado por la teoría electromagnética clásica. En 1899 escribió a su novia Mileva Maric, que "*la introducción del término 'éter' en teorías de la electricidad ha llevado a la concepción de un medio cuyo movimiento puede ser descrito, creo, sin poder atribuirle significado físico.*"[320] En esta teoría, así comentó Einstein en 1920, "*parecía evidente que la luz debe interpretarse como un proceso vibratorio en un medio elástico e inerte que llena todo el espacio del Universo.*"[321] Un profesor del Politécnico en Zürich, a quien Einstein expresó sus inquietudes con respecto al éter, le recomendó la lectura de un libro de Hendrik Lorentz (1853-1928), físico holandés,[322] en donde éste revisaba los intentos vanos de Michelson-Morley y otros de comprobar la influencia del éter en la variación de la velocidad de la luz. Einstein lo leyó antes de 1905. Lorentz presentó en este libro la ecuación de la contracción de Lorentz, que explicaba por qué no se lograba descubrir el éter —cuya existencia él aceptaba—, pero no lograba explicar e interpretarla físicamente.[323]

Son innegables la influencia de Bernstein, quien formuló de hecho uno de los dos postulados de la teoría especial de la relatividad; la de Lorentz, quien presentó la ecuación de la contracción de Lorentz, que posteriormente formaría parte de la teoría especial de la relatividad; la de Mach, con su rechazo a conceptos sin base física; y sus propios experimentos de pensamiento de largas horas de duración. El último paso fueron las discusiones de Einstein con Michele Besso, en Bern, que prepararon el camino para una experiencia de iluminación que sugirieron la solución que puso fin a años de búsqueda, a saber, el abandono definitivo del concepto de tiempo absoluto. "*Súbitamente comprendí la clave de la solución*" y el día siguiente, al volver a ver a Besso, le dijo "*Gracias, he resuelto el problema completamente*."[324] Se trata del reconocimiento de la imposibilidad de constatar cuando dos eventos sean simultáneos. En su libro de 1916, Einstein lo explicó con un experimento de pensamiento. Supongamos que existen dos observadores, uno viajando en un tren de alta velocidad y otro parado al lado de la vía. Dos rayos de luz impactan en la Tierra, a distancias iguales del observador parado en la estación del tren, en los puntos A y B. El tren se mueve de A a B. El observador parado en la vía del tren dirá que los dos eventos son simultáneos. Pero, el observador en el tren ve que el evento en B se da antes del evento en A. Dado que se trata de dos sistemas de referencia en reposo o velocidad uniforme, no hay manera de decidir cuál de los dos observadores 'tiene razón'. No hay manera de decidir la simultaneidad de dos eventos y, sobre todo, no existe tiempo desligado del espacio, ni espacio desligado del tiempo. Unas semanas después, Einstein envió su famoso artículo a *Annalen der Physik,*[325] sin usar todavía el nombre de 'principio de la relatividad' y dos años después mandó otra versión, a otra revista, usando ya este nombre.[326]

---

319 Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 84, 125
320 Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 115
321 Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 111
322 Hendrik Antoon Lorentz, *Attempts at a Theory of Electrical and Optical Phenomena in Moving Bodies* (1895)
323 Véase la Sección 12.2.1 de este libro, ecuación (1)
324 Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 122
325 Albert Einstein, "On the Electrodynamics of Moving Bodies", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 140-171
326 Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 252-311

Sección 12.2.3. Los axiomas de la relatividad especial

Veremos primero los dos principios físicos fundamentales y axiomáticos que están en la base de la teoría especial de la relatividad. En términos de la filosofía de los tres mundos de Popper y Penrose se trata la relación $3 \rightarrow 1$. En la versión de 1905, Einstein formuló breve y claramente estos principios:

> *"1. Las leyes que gobiernan el cambio del estado de cualquier sistema físico no dependen de cuál de los dos sistemas de coordenadas, que se encuentran en movimiento uniforme translacional uno con respecto al otro, se escoge para referir estos cambios.*
> *2. Cualquier rayo de luz se mueve en un sistema de coordenadas en reposo con la misma velocidad, independientemente si este rayo de luz es emitido por un cuerpo en reposo o en movimiento."*[327]

En 1907, Einstein presentó los mismos dos axiomas de una manera diferente. Explica primero el segundo y afirma que para medir el tiempo transcurrido de un proceso de cambio en un estado físico, se requiere relojes idénticos y se requiere, además, sincronizar estos relojes. La manera de sincronizarlos, así explica, es de tal manera que se ajusten a una velocidad invariable de la luz:

> *"[1]Los relojes pueden ser ajustados de tal manera que la velocidad de propagación de cualquier rayo de luz en un vacío —medida por estos relojes— resultará en todas partes igual a una constante universal c (...)*
> *[2] La leyes de la física son independientes del estado de movimiento del sistema de referencia, siempre y cuando el sistema no se encuentra en aceleración."*[328]

El segundo principio tiene diferentes formulaciones, como señalan Audoin y Guinot:

> *"Podemos formular un principio fundamental de la física, que dice que ningún fenómeno no-gravitacional puede ser usado para distinguir un sistema de referencia inercial de otro. Con otras palabras, los modelos matemáticos de la física (no-gravitacional) tienen la misma forma en todos los sistemas de referencia inerciales si usamos estándares de medición idénticos en ellos. Esto implica que las constantes de la física son invariantes cuando son medidas usando estos estándares."*[329]

El lector que lee atentamente el primer enunciado de Einstein de 1907 se percatará que contiene un error lógico garrafal. Veamos este punto un poco más de cerca. Para medir la velocidad de la luz, Einstein propone un experimento de pensamiento, siguiendo un procedimiento muy conocido en aquel entonces. Se manda un rayo de luz de A a B, que se encuentra a cierta distancia de A. Para constatar cuanto tiempo toma la luz para llegar de A a B, necesitamos conocer exactamente la distancia —lo que en el experimento de pensamiento no resulta problemático— y tener relojes sincronizados.

---

[327] Albert Einstein, "On the Electrodynamics of Moving Bodies", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 143

[328] Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 256-257.

[329] Claude Audoin & Bernard Guinot, *The Measurement of Time* (2001): 21. Este principio NO es el principio de equivalencia de Einstein, que veremos más adelante, en la Sección 12.3, aunque Audoin y Guinot lo llaman así: "*This principle stated in different ways, is often called Einstein's principle of equivalence.*"

En aquel entonces, se estaban sincronizando relojes en toda Europa y como funcionario público de patentes, Einstein había evaluado varios proyectos y propuestas para llevar a cabo esta sincronización. A las 12:00 en punto, se manda un rayo de luz de A a B y, por medio de un espejo, de regreso a A. Se toma el tiempo de ida y vuelta, a saber, Δt, y luego se divide este tiempo entre dos, $\Delta t/2$. Para sincronizar los relojes, el reloj en B, a la llegada del rayo de luz de A, debe marcar (12:00 + $\Delta t/2$). Todo esto está muy bien, aunque sea innecesariamente complicado, siempre y cuando la velocidad de la luz sea la misma de A a B y de B a A, es decir que la velocidad de la luz sea constante.

Pero aquí surge un problema. Lo que Einstein en su experimento pretende, no es medir la velocidad de la luz —en el supuesto de que sea constante—, sino corroborar la hipótesis de que esta velocidad es constante, independientemente del movimiento relativo de los sistemas de coordenadas del observador y de la fuente de la luz, e independientemente de si la luz viaja del Oeste (A) al Este (B) o del Este (B) al Oeste (A). Esto no era nada obvio en aquel entones, dado que todo el afán de los experimentos de Michelson-Morley había sido comprobar que esta velocidad es variable, dependiente de la dirección del viaje, a saber, de si la luz viaja con o contra la corriente del éter —que se produce cuando la Tierra se mueve a través del supuesto éter—.[330]

Ya que Einstein usó el supuesto de la constancia de la velocidad de la luz para sincronizar los relojes en Bern y Luzern, ¿cómo va a corroborar ahora la hipótesis de la constancia de la velocidad de la luz con estos relojes así sincronizados? Dado que los relojes han sido sincronizados con base en el supuesto de la constancia de la velocidad de la luz, es obvio que estos relojes indicarán que esta velocidad es constante, aunque fueran diferentes las duraciones de los viajes de A a B y de B a A. Me explico con el ejemplo de una caminata que dura 8 minutos, bajando de A a B, y que dura 10 minutos, subiendo de B a A por el mismo camino. Si los relojes han sido ajustados en el supuesto que ambos viajes duren 9 minutos, el reloj en B marcará las 12:09 cuando el caminante llega a B, y el reloj en A marcará las 12:18 cuando el caminante llega de regreso a A, por la sencilla razón de que el reloj en B está adelantado un minuto. Cuando el caminante llega a B, el reloj en B debería de marcar las 12:08 y, sin embargo, marca 12:09. De esta manera se oculta el hecho de que el viaje de bajada dura 2 minutos menos que el viaje de subida. Por lo tanto, si los relojes han sido sincronizados con base en el supuesto de la constancia de la velocidad del caminante, el experimento que se hace para medir la velocidad de ida y de vuelta, marcará 9 minutos en ambos casos, y daría el resultado de que la velocidad del caminante en ambas direcciones es constante. Un caso perfecto, dice Ohanian, de "*razonamiento circular*" [331] o *petitito principii*.

Para evitar este problema lógico, Einstein debería de haber sincronizado los dos relojes de otra manera. Por ejemplo, si se sincronizan los dos relojes en un laboratorio en A y luego se lleva uno de los dos en bicicleta a B y se lo instala allí, el problema está resuelto, y se pueden usar los dos relojes para probar la hipótesis sobre la constancia de la velocidad de la luz. Las dos condiciones necesarias para que este modo de proceder sea válido son, en primer lugar, que el sistema de coordenadas de ambos relojes sea inercial y que A no se mueve con respecto a B, y en segundo lugar, lo que Eddington llamó "*transporte lento de relojes de un lugar a otro*" (*slow transport of clocks from one*

[330] Analizamos el experimento de Michelson-Morley más de cerca en la sección anterior
[331] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 93

place to another)[332] y Ohanian, "*slow clock tranport*",[333] o, más rigurosamente en las palabras de Pauli, "*la regulación del tiempo por medio del transporte de relojes ... solamente arrojará el resultado correcto si las indicaciones del tiempo de los relojes son extrapolados a una velocidad de transporte cero.*"[334] En términos prácticos, el transporte a B de uno de los dos relojes sincronizados en A debe llevarse a cabo con una velocidad no-relativista ($v <<< c \Rightarrow (v/c) \cong 0$), por ejemplo en bicicleta.

Pero, a Einstein no se le ocurría esto..... Según Ohanian *"[e]sto fue el gran error de Einstein: se le olvidó que, además de la sincronización de relojes con señales de luz, existen otras maneras de sincronizarlos —por ejemplo transportando los relojes [lentamente]—."*[335] Como Einstein se dio cuenta que lógicamente no es válido primero sincronizar los dos relojes a partir del supuesto de la constancia de la velocidad de la luz y luego probar la hipótesis sobre la constancia de la velocidad de la luz con estos dos relojes, y dado que no se le ocurrió otra manera de sincronizarlos, optó por declarar por decreto que la velocidad de la luz es constante**:** "*No es posible comparar el tiempo en A con el tiempo en B, sin una estipulación adicional. Hasta aquí solamente hemos definido el tiempo en A y el tiempo en B, pero no un tiempo común a A y B. Esto lo podemos arreglar al establecer por definición que el tiempo que la luz necesita para viajar de A a B es igual al tiempo que necesita para viajar de B a A.*"[336] Con otras palabras, la velocidad de la luz es *"una prescripción que yo puedo hacer por mi propia libre voluntad."*[337]

Este modo de proceder no es válido, porque aunque es verdad que la constancia de la velocidad de la luz es un axioma —no deducido de otros enunciados—, *también los axiomas pueden y deben ser contrastados con los hechos empíricos del mundo físico para ver si son ciertos o falsos*. ¡Einstein arregla el axioma principal de la relatividad especial por decreto, y no lo pone a prueba por experimento! Este decreto einsteiniano es el precursor de *la tesis convencionalista*, que en los años 1920s fue canonizada por Reichenbach,[338] según la cual la sincronización de los relojes en función de la constancia de la velocidad de la luz es una mera convención, dado que no hay manera de sincronizarlos realmente ni de corroborar realmente el axioma de la constancia de la velocidad de la luz.

Dudas sobre el modo de proceder de Einstein fueron expresadas en 1907 por Arnold Sommerfeld (1868-1951), físico alemán, y valiente defensor de los judíos contra el fascismo,339 por Wolfgang Pauli (1900-1958), físico austriaco-americano y descubridor del principio de exclusión de Pauli,[340] en 1921, en su libro *The Theory of Relativity*; por Arthur Eddington (1882-1944), físico y astrónomo

---

[332] Arthur Eddington, *The matehematical theory of relativity* (1960): 15
[333] Hans Ohanian, "The role of dynamics in the synchronization problem", en: *American Journal of Physics* (2004): 147
[334] Wolfgang Pauli, *Theory of Relativity* (1981): 13
[335] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 95
[336] Albert Einstein, "On the Electrodynamics of Moving Bodies", en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 142
[337] Citado en Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 95
[338] Véase la síntesis y la crítica de la tesis convencionalista de Reichenbach en Hans Ohanian, "The role of dynamics in the synchronization problem," en: *The American Journal of Physics* (2004): 141-148
[339] En 1916, Sommerfeld integró la teoría de la relatividad de Einstein y la mecánica cuántica de Planck, para permitir órbitas elípticas de los electrones alrededor del núcleo del átomo. Por eso se conoce este modelo del átomo como el modelo de Bohr-Sommerfeld
[340] Bohr y Sommerfeld habían calculado la energía del electrón en diferentes órbitas del átomo y demostrado que estas órbitas dependen de tres números cuánticos. Sin embargo, Pauli descubrió el cuarto número cuántico y corroboró la hipótesis de que en una órbita —realmente una esfera— no pueden girar dos electrones cuyos cuatro números cuánticos son idénticos: véase la Sección 10.1

inglés,[341] en 1923, en su libro *The Mathematical Theory of Relativity*; y últimamente por Hans Ohanian, quien demuestra que un análisis de la situación a partir de las leyes de la dinámica elimina todas las ambigüedades en la sincronización de relojes.[342] A partir de los años 1960s ya nadie se preocupa por este problema, porque la hipótesis de la constancia de la velocidad de la luz ha sido corroborada innumerables veces y de múltiples maneras, como veremos a continuación. Sin embargo, viendo el modo de proceder de Einstein, hemos de concluir, con Ohanian, que "*finalmente apareció que él tenia razón por una razón equivocada*." [343]

Sección 12.2.4. Las matemáticas de la teoría especial de la relatividad de Einstein

Muchas personas se inhiben pensando que la teoría especial es muy complicada y difícil de entender. En realidad, las matemáticas de la teoría básica son de nivel de preparatoria. Para entender el concepto, se requiere un poco de imaginación, porque algunas de sus implicaciones, que pueden ser corroboradas experimentalmente, son extrañas.

Einstein partió del principio de la relatividad de Galileo, pero, a diferencia de Galileo, lo elaboró hasta sus últimas consecuencias. Para comprobar esto, *explicaré la relatividad especial de Einstein, partiendo del punto donde Galileo había llegado*. En la Sección 5, vimos el experimento de pensamiento de Galileo. Galileo demostró que, si tiramos hacia arriba un objeto en la cabina principal de un barco que avanza con velocidad constante v en un canal recto con agua que no corre, para luego dejar que el objeto caiga en el piso de la cabina, este objeto no cae atrás de la persona que lo tiró, sino cae en el mismo punto en donde está la persona y donde habría caído si el barco no estuviera avanzando en absoluto. Esto implica, que no se puede decidir cuál es el marco de referencia que se mueve: el barco o la tierra, porque tan cierto es que el barco se mueve con respecto a la tierra como que la tierra se mueve con respecto al barco. El espacio es relativo y las leyes de la física son las mismas en cualquier marco de referencia con movimiento uniforme y no hay diferencia alguna en la física de un estado de inercia y un estado de movimiento uniforme.

En la cabina se lleva a cabo un experimento. Desde el piso, un rayo láser es dirigido hacia el techo donde un espejo lo regresa al piso. Tanto el capitán en la cabina como el observador en la orilla tienen instrumentos para medir la distancia que recorre la luz y el tiempo que toma para viajar desde la fuente del rayo láser hasta el espejo y de regreso a la fuente. Según el observador, el barco está en movimiento. El tiempo y la distancia recorrida por la luz, vistos desde el punto de vista del observador se llaman Δt_m y d_m, respectivamente, con m de movimiento. Del punto de vista del capitán del barco se llaman Δt_i y d_i con i de inercial. Llevamos ahora el principio de la relatividad de Galileo hasta sus últimas consecuencias, para llegar a la relatividad especial de Einstein:

1) El observador parado en la orilla ve lo que pasa en la cabina. Queda claro, entonces, que lo que pasa en la cabina es parte de dos marcos de referencia, a saber, el del capitán del barco (el *inercial*) y también del observador en la orilla (que ve el barco en *movimiento*).

[341] Eddington corroboró la teoría de la relatividad especial en un eclipse del Sol en 1919. Véase más adelante.
[342] Hans Ohanian, "The role of dynamics in the synchronization problem" en: *American Journal of Physics,* vol. 72 (2004):141-148 y Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 86-107
[343] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 102

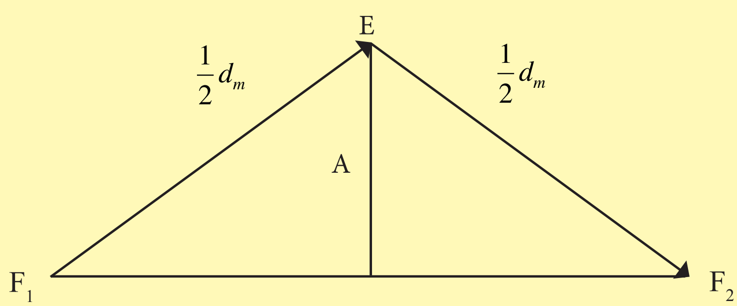
2) Las leyes de la física, entre ellas la de la velocidad limitada de la luz, es la misma en cualquier marco de referencia. La velocidad de la luz c es la misma, del punto de vista del capitán y del observador. Para el observador, la luz emitida por el barco, viajando en la dirección del barco, no viaja con una velocidad de $v + c$ sino de c.

CUADRO MATEMÁTICO 12.2 La dilatación del tiempo y la contracción de Lorentz

Veamos ahora los resultados de este experimento desde el punto de vista del capitán y del observador, en forma matemática simple. Para el capitán, quien observa lo que pasa en su cabina en un marco de referencia inercial i, el rayo láser sube verticalmente hacia el espejo E en el techo y regresa verticalmente. La distancia recorrida por la luz es dos veces la altura A de la cabina, de modo que $d_i = 2A$ y el tiempo que toma la luz para recorrer esta distancia, dada la velocidad de la luz, es $\Delta t_i = 2A/c$. Por lo tanto:

2) $A = 0.5c\,\Delta t_i$

Del punto de vista del observador, para quien los eventos en la cabina suceden en un marco de referencia en movimiento m con respecto a él, las cosas se ven así:



Mientras la luz viaja de la fuente F al espejo E, y de regreso a la fuente F, el barco avanza una distancia $\Delta F = F_2 - F_1$ que es, por definición, igual al producto de la velocidad v del barco y el tiempo Δt_m que la luz necesita para viajar de F_1 a E a F_2, es decir, $F_2 - F_1 = v\Delta t_m$. Con el teorema de Pitágoras podemos ahora expresar la distancia $\frac{1}{2}d_m$ en términos de A y $v\Delta t_m$:

3) $\frac{1}{4}{d_m}^2 = A^2 + \frac{1}{4}v^2(\Delta t_m)^2 \Rightarrow {d_m}^2 = 4A^2 + v^2(\Delta t_m)^2$

También sabemos que, desde el punto de vista del observador, la luz necesita una cantidad de tiempo, para hacer su viaje F_1EF_2, equivalente a

4) $\Delta t_m = \frac{d_m}{c} \Rightarrow d_m = c\Delta t_m$

Combinando las ecuaciones (2), (3) y (4), obtenemos:

$$5)\ c^2(\Delta t_m)^2 = c^2(\Delta t_i)^2 + v^2(\Delta t_m)^2 \Rightarrow (\Delta t_m)^2(c^2 - v^2) = c^2(\Delta t_i)^2 \Rightarrow (\Delta t_m)^2 = \frac{c^2(\Delta t_i)^2}{c^2 - v^2}$$

Por lo tanto:

$$6)\ (\Delta t_m)^2 = (\Delta t_i)^2\left(\frac{1}{1 - v^2/c^2}\right) \Rightarrow$$

$$7)\ \Delta t_m = \frac{\Delta t_i}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}\ \&\ \ \Delta t_i = \Delta t_m\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$

Esto quiere decir que, *desde el punto de vista del observador, el tiempo del objeto en movimiento va más lentamente*. Por ejemplo, si el barco viaja a 60% de la velocidad de la luz ($v = 0.6c$), *la dilatación del tiempo* en el barco, vista por el observador, es igual a:

$$8)\ \Delta t_i = \Delta t_m\sqrt{(1 - .36)} = .8\Delta t_m$$

Veamos ahora *la relatividad del espacio*, a saber, *la contracción de la longitud* de cualquier objeto que se mueve con respecto a un observador. Dado que el reloj t_m del observador y el reloj del barco t_i no marcan el mismo tiempo, desde el punto de vista del observador, el observador mide dos longitudes:

1) La longitud del barco, según el reloj del mismo barco, la cual se mide dentro de un marco de referencia inercial, es igual a $L_m = v\Delta t_m$
2) La longitud del barco que se mueve con respecto al observador, según el reloj del observador, es $L_m = v\Delta t_m$

Por lo tanto:

$$(9\ \frac{L_i}{L_m} = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_m} = \sqrt{(1 - v^2/c^2)} \Rightarrow$$

$$10)\ L_i = L_m\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$

Si el barco viaja a una velocidad de 60% de la luz, el observador observa que la longitud del barco en movimiento es el 80% de la longitud que el barco tendría si estuviera parado en relación al observador.

$$(11)\ L_i = L_m\sqrt{1 - .36)} = .8L_m$$

Hemos comprobado *la contracción de Lorentz* (ecuación 1 del cuadro matemático 12.1), postulada antes por Fitzgerald y Lorentz:

Desde el punto de vista del observador, el tiempo del objeto en movimiento va más lentamente. Por ejemplo, si el barco viaja a 60% de la velocidad de la luz ($v = 0.6c$), la dilatación del tiempo en el barco, vista por el observador, es tanto, que, en el reloj del capitán han pasado ocho segundos, cuando

en el suyo han pasado diez segundos. Con otras palabras, un segundo en el barco dura 1.25 veces un segundo del observador en la orilla. Para el observador, el tiempo en el objeto que se mueve se lentifica, se dilata, y esto le consta cuando compara los dos relojes.

Veamos ahora *la relatividad del espacio*, a saber, *la contracción de la longitud* de cualquier objeto que se mueve con respecto a un observador. Supongamos que el observador quiere medir la longitud L del barco. La longitud del barco se puede medir con un metro, pero también calculando el producto de la velocidad v del barco y el tiempo t que le toma al barco para rebasar en toda su longitud la posición en donde se encuentra parado el observador. Si el barco viaja a una velocidad de 60% de la luz, el observador observa que la longitud del barco en movimiento es el 80% de la longitud que el barco tendría si estuviera parado en relación al observador.

Con otras palabras: ¡la longitud del metro en manos del capitán, extendida en la dirección por donde avanza el barco, visto por el observador y comparado con un metro idéntico en manos del mismo observador, mide 80 cm! Claro está que para velocidades terrestres normales, esta contracción es mínima. Por ejemplo, el Concorde, que medía 60 *m* y volaba a dos veces la velocidad del sonido, visto por un observador en la tierra, sufría una contracción de 10^{-8} *m* , aproximadamente el diámetro de un átomo.

El tiempo propio de un reloj en un marco de referencia inercial t_i y la longitud propia de un objeto en este marco de referencia inercial L_i, vistos por una persona parada en este mismo marco, se llaman *tiempo propio* y *longitud propia*. Siempre, el tiempo propio, comparado con el tiempo de otro marco de referencia en movimiento, es el tiempo más acelerado. Todos los demás relojes, de otros marcos de referencia, son más lentos. Y asimismo, siempre la longitud propia de un metro, comparada con la de otros marcos de referencia, es la más larga posible.

CUADRO MATEMÁTICO 12.3 De la transformación de Galileo a la transformación relativista de la velocidad

Estamos ahora en la posibilidad de corregir la *transformación de Galileo* que vimos arriba. Galileo sostuvo que si un jinete en galope con velocidad v_1 tira hacia adelante una pilota con velocidad v_2, la velocidad total v_t de la pilota, desde el punto de vista de un observador parado en el camino, es la siguiente:

$$12) \quad v_t = v_1 + v_2$$

Tomando en cuenta que la velocidad total v_t nunca puede exceder la de la luz c, obtenemos, por medio de la transformación de Lorentz, la siguiente ecuación:[344]

$$(13) \quad v_t = \frac{v_1 + v_2}{1 + (v_1/c)(v_2/c)}$$

Si v_1 y v_2 fueran velocidades muy cercanas a la de la luz, obtendríamos

$$(14) \quad v_t \cong \frac{2c}{1+1} = c,$$

respetando la ley que sostiene que no puede haber velocidad mayor que la de la luz.

Por otro lado, si v_1 y v_2 son velocidades terrestres normales, al grado que $(v_1 v_2)/c^2$ tiende a cero, se confirma la transformación de Galileo como una aproximación válida para velocidades moderadas de aviones, balas, cohetes, etcétera.

[344] John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 183

En síntesis: cada observador vive en su propia región espacio-temporal, con tiempo y longitud propios diferentes de otras regiones que se mueven con respecto a su región. Tal vez el lector se pregunte, ¿qué tan real es esto? *Es real, pero es relativo*, a saber:

1) Cada persona, en su propia región temporal-espacial, vive como real su propio tiempo y mide como normal su propia longitud, independientemente de como otros observadores miden este tiempo y longitud desde otra región temporal-espacial que se mueve con respecto a la nuestra.
2) La contracción de Lorentz y la dilatación del tiempo que podamos observar en otras regiones temporal-espaciales que se mueven con respecto a la nuestra, son reales para nosotros que las observamos, no para los objetos y personas dentro de estas otras regiones. Al contrario, éstas verán como reales, desde su ángulo, la contracción de Lorentz y la dilatación del tiempo en nuestra región temporal-espacial.

El punto (2) nos introduce en la paradoja de los gemelos. Si un hermano gemelo parte en una nave espacial hacia otra estrella a gran distancia y regresa a la Tierra después de un tiempo, según la relatividad especial, él es mucho más jóven que su hermano en la Tierra que envejeció, según el hermano que quedó en la Tierra. Pero, ¿no sería exactamente al revés desde el punto de vista del hermano que viajó y regresó? Esto no es así, porque dinámicamente las dos situaciones no son simétricas como en el punto (2) antes mencionado, en donde no hay aceleración en ninguna de los dos sistemas de coordenadas, de modo que ninguno de los dos sistemas se acelera con respecto a otro. Pero en la paradoja de los gemelos, el que viaja sufre primera una aceleración, luego una desaceleración en el punto de la vuelta, luego una nueva aceleración y luego una nueva desaceleración al aterrizar. En cambio, el que queda sigue en movimiento inercial, sin aceleración. No se trata de dos situaciones simétricas. Una buena explicación matemática de la paradoja de los gemelos se encuentra en Cooperstock, siguiendo a Bondi.[345]

Podemos sintetizar la refutación del enunciado universal sobre el espacio-tiempo absoluto en el siguiente argumento popperiano:

1. Enunciado universal de Newton: el espacio-tiempo del Universo es absoluto
2. Enunciado que se deriva lógicamente del enunciado universal: la luz que se propaga en un marco de referencia espacio-temporal, que se mueve con velocidad v con respecto al marco del observador, debe viajar con velocidades diferentes en ambos marcos, a saber $c + v$ y c.
3. Enunciado básico que refuta el enunciado 2 (y por lo tanto 1): la luz viaja en ambos marcos de referencia con velocidad c.

Al verificar el enunciado básico (3) quedó corroborada, por segunda vez, la conclusión objetiva del experimento de Michelson-Morley sobre el éter, así como la formulé arriba: "*consta que no existe un*

[345] Fred Cooperstock, "The twin or clock paradox", en *General Relativistic Dynamics* (2009): 40-46

marco de referencia inercial absoluto en el Universo y, por lo tanto, consta que el espacio es relativo y no absoluto”.[346]

CUADRO MATEMÁTICO 12.4 La transformación de Lorentz de la longitud de onda de la luz

Una consecuencia de la relatividad especial es el corrimiento hacia el rojo del espectro de luz, desde el punto de vista del observador, cuando objetos se alejan de éste a grande velocidad, descubrimiento hecho por Hubble que vino a corroborar la teoría de la expansión del Universo, como veremos en la Sección 13. Si la fuente de luz se mueve con respecto al observador, la luz siempre le llega con la misma velocidad, pero sufre un efecto Doppler: si la fuente se aleja del observador, se estira la longitud hacia el rojo (con una correspondiente disminución de la frecuencia y la energía de la onda) y si la fuente se acerca, la longitud se reduce (corrimiento hacia el azul) y la frecuencia y la energía aumentan. El efecto Doppler (z) de la longitud de onda de la luz de un emisor λ_e que llega a un receptor λ_r que se mueve dentro del espacio-tiempo es:

$$(15)\quad z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v}{c}$$

y por lo tanto:

$$(16)\quad z + 1 = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{v}{c} + 1 = \frac{v + c}{c}$$

Si se trata del efecto Doppler de la luz causado por la expansión del espacio-tiempo del Universo, se debe de aplicar la transformación de Lorentz que acabamos de deducir:

$$(9)\quad \frac{L_i}{L_m} = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_m} = \sqrt{(1 - v^2/c^2)} \Rightarrow (17)\quad \frac{L_m}{L_i} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Por lo tanto, el efecto Doppler relativista es:

$$(18)\quad \frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{v + c}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) = (v + c)\left(\frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}}\right) = \frac{v + c}{\sqrt{(c + v)(c - v)}} = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Combinando (16) y (18), obtenemos:

$$(19)\quad z + 1 = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Si la velocidad es baja,

$$(20)\quad v << c \Rightarrow {}^{v}\!/_{c} \approx 0\ ,$$

las dos fórmulas (16 y 19) dan más o menos el mismo resultado ($z \cong 0$). Si la velocidad es alta, la fórmula relativista nos da un efecto Doppler ($z \neq 0$) y si la velocidad se acerca a la de la luz ($v \approx c$), el efecto Doppler se acerca a infinito ($z \to \infty$).

[346] Véae la Sección 12.2.1

Sección 12.2.5. La teoría especial de la relatividad puesta a prueba en experimentos

Experimentos de todo tipo han corroborado la teoría. Solamente menciono cuatro. Basta sustituir los trenes y barcos de los experimentos de pensamiento por aviones y satélites del mundo real. Por ejemplo, relojes atómicos muy precisos[347] han sido transportados por aviones alrededor del mundo corroborando el enunciado básico que relojes que se mueven van más lentos, de acuerdo a la relatividad especial.[348] El GPS (*Global Positioning System*), que depende de satélites que giran alrededor de la tierra para marcar coordenadas de localidades en la tierra, al servicio de sistemas de navegación, solamente funciona adecuadamente si se toman en cuenta estos efectos de la relatividad especial y se corrigen adecuadamente.[349]

Existen dos experimentos con relojes de Mossbauer, en los cuales se usan fotones procedentes de un isótropo radioactivo de fierro depositado en un cristal de fierro: a) los dos relojes se encuentran en el mismo marco de referencia inercial, con la misma temperatura y tienen una sincronía de 10^{16}, es decir, son relojes muy exactos; ahora bien, si se hace girar rápidamente uno de los relojes, se observa que se retrasa con un factor equivalente a $\sqrt{(1-v^2/c^2)}$, con respecto al otro, resultado que es predicho por la teoría de Einstein; b) si se calienta un reloj, sus átomos empiezan a vibrar y este movimiento es causa de que la frecuencia del reloj se reduce, con respecto al otro reloj en reposo, en un factor predicho por la teoría.[350]

En **conclusión**, consta que en el caso de la teoría especial de la relatividad, Einstein sigue en los hechos la que después se conocería como la filosofía de la ciencia de Popper, a saber:

1) buscar teorías con enunciados universales, válidos para todo el Universo
2) deducir de estos enunciados universales los enunciados básicos
3) contrastar estos enunciados básicos con la realidad para corroborar o refutarlos o indicar cómo pueden ser contrastados en experimentos y observaciones realizadas por otros

Sección 12.3. La teoría general de la relatividad

En el caso de la relatividad especial, le tomó a Einstein mucho tiempo, unos diez años, gestarla en su mente (perteneciente al mundo 2) y muy poco tiempo, unas semanas, para plasmarla en una teoría (perteneciente al mundo 3), pero en el caso de la generalización de la teoría de la relatividad fue al revés, es decir, le tomó muy poco tiempo, unos meses, para gestarla en su mente (el mundo 2), pero unos diez años para plasmarla en la forma de una teoría matemática (el mundo 3), como veremos a continuación.

La teoría especial de la relatividad permitió, entre otras cosas, mostrar claramente el hecho de que los campos electromagnéticos se propagan con velocidad constante e independiente del estado de movimiento del observador y/o el emisor de la señal. Sin embargo, aún después del establecimiento de esta teoría, la teoría de la gravitación se encontraba en una situación conceptualmente

---

[347] Claude Audoin y Bernard Guinot, "Atomic time measurement," en *The Measurement of Time* (2001):236-263
[348] Bradley Carroll & Dale A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics* (1996): 104
[349] Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 113
[350] Jay Orear, *Física* (1989): 174, 183

insatisfactoria en lo que respecta a la velocidad de propagación del campo gravitacional. Al escribirse la ley de la gravitación universal de Newton en términos de una ecuación diferencial para el potencial gravitacional, el resultado no es una ecuación de ondas, sino una ecuación tipo Poisson, la cual corresponde a una velocidad de propagación infinita para los campos gravitacionales.[351] Con otras palabras, la teoría original de Newton supone acción a distancia, sin diferencia de tiempo entre causa y efecto. Esto, claramente se encuentra en contradicción con la esencia de la teoría de la relatividad y fue una de los motivos de Einstein para buscar una nueva teoría general capaz de hacer compatibles a la gravitación y la relatividad.

En síntesis, la teoría especial de la relatividad explicaba los fenómenos del ***campo electromagnético*** en sistemas de referencia en ***movimiento uniforme***, uno con respecto al otro. Resultaba obvio que faltaba ***generalizar*** la relatividad especial para incluir sistemas de referencia en ***aceleración*** e incluir también los fenómenos del ***campo gravitacional***. En noviembre de 1907, la mente de Einstein se iluminó para entender que estos *dos aspectos faltantes en la teoría de la relatividad, a saber, aceleración y gravitación, realmente son una sola cosa, con efectos indistinguibles en el mundo real*. Estaba terminando un artículo sobre la relatividad especial,[352] cuando pensó: "*Yo estaba sentado en una silla en mi oficina de patentes de Bern, cuando de repente se me ocurrió el siguiente pensamiento. Si una persona cae libremente no sentirá su propio peso.*"[353] En otro experimento de pensamiento, se imaginó un hombre encerrado en un cuarto que flota en el espacio y, dada la ausencia de un campo gravitacional, el mismo hombre flota en el cuarto. De un gancho en el techo se empieza a jalar el cuarto y, en seguida, el hombre se sentirá presionado contra el piso, como si el cuarto estuviera parado en la Tierra. Si saca un objeto de su bolsillo y lo suelta, éste se cae al suelo con movimiento acelerado, que resulta idéntico para todos los objetos independientemente de su peso, como había observado Galileo.

> *"El hombre en el cuarto llegará, entonces, a la conclusión de que él y el cuarto en el que está parado se encuentran en un campo gravitacional. Se pregunta, desconcertado, porque el cuarto no se cae en este campo gravitacional Luego se da cuenta que el cuarto está colgado de un gancho con una soga y, en consecuencia, llega a la conclusión que el cuarto está suspendido en un campo gravitacional. ¿Deberíamos de reírnos del hombre y decirle que está equivocado?"* [354]

No, contesta Einstein su propia pregunta, porque no hay manera de distinguir los efectos de la fuerza gravitacional de los efectos de una fuerza aceleradora: "*Hemos de admitir que su manera de comprender su situación no viola ni la razón ni alguna ley mecánica conocida.*"[355] Einstein había reformulado el ***principio de la equivalencia***, antes formulado por Galileo y Newton, según el cual la masa inercial, que determina cuánta fuerza se debe aplicar a un objeto para acelerarlo, y la masa gravitacional, que determina el peso del objeto en la superficie de un objeto masivo, son equivalentes. Einstein fue

---

[351] Véase la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional en el Apéndice VI B, ec. (239) $\nabla^2\varphi = 4\pi G\rho$

[352] Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 252-311

[353] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 145

[354] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 146

[355] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 146

más allá de la observación de esta equivalencia y en 1920, en un artículo para la revista *Nature* que nunca se publicó, sostuvo "*equivalencia física completa*" entre la aceleración generada por un campo gravitacional y otra, generada por una fuerza equivalente.[356] Más tarde, en 1940, Einstein señaló, que "*de esta correspondencia [= equivalencia] se deduce que es imposible descubrir por medio de un experimento local si un sistema de referencia dado es acelerado o si los efectos observados se deben a un campo gravitacional.*"[357] Sobre la base de este principio, Einstein empezó a elaborar su teoría general de la relatividad. El problema es que el principio de la equivalencia de Einstein es falso. Pais, que idealiza a Einstein, no lo ve. En cambio, Ohanian, y un tanto Cooperstock, han señalado que Einstein, sobre la base de este principio falso, construyó una teoría verdadera, como veremos.[358]

El principio de equivalencia *débil* de Galileo implica que en un campo gravitacional, en el vacío, todas las partículas de la misma velocidad inicial caen con la misma aceleración.[359] En el orden lógico, este principio es complementario con el principio de equivalencia de Newton que sostiene que la masa gravitacional de un sistema es equivalente a su masa inercial,[360] aunque los dos principios no son idénticos, como señala Ohanian.[361] Einstein propuso el principio de equivalencia *fuerte*, según el cual un experimento realizado en un laboratorio acelerado por un campo gravitacional da los mismos resultados si se lleva a cabo en un laboratorio con una aceleración uniforme, generada por una fuerza equivalente. Otra versión del mismo principio es que en todos los laboratorios que caen libremente, los resultados de los experimentos locales son idénticos, independientemente del campo gravitacional que rodea el laboratorio.[362]

Para entender que el principio de equivalencia fuerte es falso, nos imaginamos cómo una nave espacial engancha un cable en el techo de un laboratorio grande y empieza a jalarlo hacia arriba con una fuerza de aceleración a. Un rayo de luz viaja muchas veces de un lado del laboratorio a otro lado, y el físico mide la curvatura acumulada de la trayectoria de la luz. Ahora cambiamos la aceleración por gravitación, es decir, la caja se encuentra en la superficie de un planeta que ejerce, a un metro de distancia de la superficie, una fuerza gravitacional $g = a$. El físico repite el experimento con el rayo de luz. El físico observa que la curvatura acumulada de la trayectoria de la luz en el laboratorio acelerado es *la mitad* de su curvatura en el laboratorio en reposo en un campo gravitacional. La razón es que en el caso de la aceleración solamente se genera una curvatura por la contracción del tiempo y en el caso del campo gravitacional una *doble* curvatura, tanto por la contracción del tiempo como por la del espacio. "*Esto significa,*" dice Ohanian, "*que aceleración y gravitación no son intercambiables y el Principio de Equivalencia falla.*"[363]

---

[356] Citado del manuscrito en Abraham Pais, *Subtle is the Lord* (2008): 180
[357] Albert Einstein, "The Fundaments of Theoretical Physics", en: *Science,* May 24, 1940, Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 147
[358] Véase Hans Ohanian, "What is the principle of equivalence?", en: *American Journal of Physics*, vol. 45 (1977): 903-909 y *Einstein's Mistakes* (2008): 225-231. Y Fred Cooperstock, *General Relativistic Dynamics* (2009): 48-50
[359] Véase la prueba en el cuadro matemático 7.2 de la Sección 7
[360] Véase la Sección 7
[361] Hans Ohanian, "What is the principle of equivalence?", en: *American Journal of Physics,* v. 45 (1977): 903-909
[362] Hans Ohanian, "What is the principle of equivalence?", en: *American Journal of Physics,* vol. 45 (1977): 903
[363] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 226

En otro experimento dejamos caer libremente un laboratorio de 12 metros de altura, con un físico en un campo gravitacional cuyo centro de masa es un hoyo negro abajo del laboratorio. El físico flota en el laboratorio a una altura de seis metros y una máquina suelta dos monedas, una desde una altura de 10 metros y otra desde una altura de un metro, respectivamente. Curiosamente, la moneda que se soltó a una altura de 10 metros viaja lentamente hacia arriba y la que se soltó a una altura de un metro, cae lentamente hacia abajo, porque, si bien la fuerza gravitacional y la aceleración hacia abajo del laboratorio *entero* se cancelan, la fuerza gravitacional que jala la moneda a una altura de 10 metros es menor que la fuerza a una altura de un metro. Si soltamos las dos monedas desde un mismo lugar muy cerca del centro de masa del cuerpo del físico, ambas monedas siguen flotando con el físico en el mismo lugar, sin moverse con respecto a él. En cambio, si dejamos caer las dos monedas desde una altura de un metro, pero separadas por una distancia de dos metros, se alejan del físico, pero no caen paralelamente, sino que convergen hacia el hoyo negro.

Comparamos estos resultados con los de otro experimento, donde el laboratorio con el físico flota en una región sin campo gravitacional, pero sufre una aceleración, con una fuerza equivalente a la del campo gravitacional a una altura de seis metros del experimento anterior. En el laboratorio que sufre una aceleración hacia arriba, ambas monedas caen, con el físico, en la misma dirección hacia abajo, paralelamente, tanto si las soltamos desde una altura de 10 metros, o de seis metros o de un metro. Los resultados de estos experimentos corroboran la hipótesis de que los efectos de un campo gravitacional son diferentes de los efectos de una aceleración. Solamente "localmente", a una altura de seis metros, donde los objetos y el físico se encuentran en el mismo lugar, los efectos son iguales. Comenta Cooperstock, que "*el campo de la gravedad simulada [≡ la aceleración] realmente no es igual al campo de la gravedad verdadera,*" de modo que "*solamente localmente la gravedad es equivalente a un sistema de referencia acelerado*" y esto es así porque *"la esencia de la gravedad reside en la curvatura del espacio-tiempo, mientras el puro acto de aceleración no crea una curvatura del espacio-tiempo.*"[364]

Este movimiento relativo de las monedas, donde una se aleja de la otra, se conoce como 'el efecto de marea' (*tidal effect*). Newton ya lo había explicado[365] para el fenómeno del flujo y reflujo de los mares en la Tierra, por la atracción gravitacional del Sol y, sobre todo, de la Luna. El agua en la Tierra del lado de la Luna es atraída más fuertemente por la Luna que la Tierra misma, por la menor distancia a la Luna, y el agua en el lado opuesto es atraída más débilmente. Por eso, el agua del lado de la Luna se 'adelanta' a la Tierra con algunos metros y el agua de lado opuesto se 'retraza' unos metros y así se generan abultamientos de agua en lados opuestos de la Tierra, en la dirección del eje Luna-Tierra, los cuales, por la rotación de la Tierra, viajan alrededor de la Tierra y producen dos mareas altas diarias.[366]

Ya en 1913, Paul Ehrenfest había expresado una crítica al principio de la equivalencia, mostrando que los efectos de gravitación y aceleración no son equivalentes,[367] pero Einstein decidió ignorarla. Ehrenfest, siguiendo un razonamiento geométrico, comprobó que: "*Todos los campos es-*

---

[364] Fred Cooperstock, *General Relativistic Dynamics* (2009): 50, 158

[365] Isaac Newton, *Principia Mathematica,* traducido por Bernard Cohen (2008): 395-400, 431-436, Libro 3, Proposiciones 24 y 36

[366] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 228

[367] Paul Ehrenfest, "On Einstein's theory of the stationary gravitation field," en: *Collected Scientific Papers* (1959): 328-332 (=Proceedings of the Amsterdam Academy of Science, vol. 15 (1913): 1187-1191)

táticos de atracción gravitacional, con excepción de un tipo muy particular de campos, se encuentran en contradicción con la hipótesis de la equivalencia de Einstein; por ejemplo, el campo estático de atracción gravitacional generado por varios centros de atracción que se encuentran en movimiento estacionario unos con respecto a otros, no son compatibles con la hipótesis de la equivalencia."[368]

Después de la publicación de la teoría de Einstein, siguieron críticas en el mismo sentido de August Kopff, en 1922; de Arthur Eddington, en 1923[369]; y de Synge, experto en la relatividad general, en 1960. Eddington no criticó directamente a Einstein, sino pidió con mucha amabilidad que ya nos olvidemos del principio de equivalencia: "*[E]l Principio de Equivalencia ofrece una sugerencia para que la pongamos a prueba, y podemos esperar que a veces resulte ser un éxito [en predecir los resultados de la prueba] y a veces un fracaso; el Principio de Equivalencia ha jugado un papel importante como guía en la construcción original de la teoría general de la relatividad; pero, ahora que hemos llegado a una nueva visión del mundo, este principio ya sale sobrando.*"[370] Synge, de manera menos amable y más tajante, señaló que "*El Principio de Equivalencia jugó un papel esencial como partera en el nacimiento de la relatividad general, pero, como el mismo Einstein admitió, el infante nunca habría podido crecer, si no fuera por los conceptos de Minkowski del espacio-tiempo: sugiero que ahora enterramos a la partera con los debidos honores y enfrentemos los hechos del espacio-tiempo absoluto.*"[371]

No obstante estas críticas, Einstein se aferró a su error y lo repitió en su publicación *Relativity. The Special and General Theory* de 1961. Al igual que en el caso de la teoría de la relatividad especial, Einstein, en el caso de la relatividad general, construyó una teoría verdadera sobre la base de un principio físico equivocado. Hemos de concluir, una vez más, que "*él tenia razón por una razón equivocada*."[372] Ohanian hace al respecto una reflexión tomada de Koestler:[373]

> "*Arthur Koestler, en su libro audaz e incisivo* The Sleepwalkers *caracterizó a los grandes descubridores en la ciencia —por ejemplo Copérnico, Kepler, Galileo, Newton y Einstein— como sonámbulos. Éstos van vagando por los escondites de la mente hacia su meta sin ser muy conscientes de qué es lo que están haciendo. Proceden por intuición e inspiración, guiados por un compás interno, que los mantiene en el camino verdadero. Cometen errores, pero en lugar de caerse sobre ellos, bailan alrededor de ellos y muchas veces usan estos errores como escalones o atajos para llegar a la meta. El camino impredecible, errático que estos sonámbulos siguen en sus exploraciones desafía la lógica y muchas veces parece incomprensible y, sin embargo, al final los lleva a un resultado que tiene sentido perfecto y verdadero.* "[374]

Si bien es cierto que el Principio de Equivalencia, en la versión Einsteiniana, aún siendo falso, jugó un papel en el nacimiento de la teoría general de la relatividad, esto no quita que, precisamente por ser falso, también contribuyó a un notable retrazo en su elaboración correcta, como veremos

[368] Paul Ehrenfest, "On Einstein's theory of the stationary gravitation field," en: *Collected Scientific Papers* (1959): 329-330
[369] Arthur Eddington, *The mathematical theory of relativity* (1960): 41
[370] Arthur Eddington, *The matehematical theory of relativity* (1960): 41
[371] Citado en Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 230
[372] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 102
[373] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers* (1989)
[374] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 331

a continuación. Un primer esbozo de la teoría general de la relatividad, todavía desprovisto de las complicadas ecuaciones del campo gravitacional, lo anexó Einstein al final[375] de su artículo sobre la relatividad especial, ofrecida para su publicación en diciembre de 1907. La ayuda de Grossmann fue necesaria para que Einstein conquistara las matemáticas y formulara las ecuaciones del campo gravitacional. Un cuaderno manuscrito de 1912[376] permite apreciar que *Einstein y Grossmann buscaban la solución por dos caminos, a saber, el camino que va de la física a la matemática y el camino que va de la matemática a la física.* El camino desde la matemática partía de los tensores de Riemann y Ricci para un espacio-tiempo de cuatro dimensiones tratando de llegar a ecuaciones covariantes del campo gravitacional. Según Einstein y Grossmann, el camino que va de la física a las matemáticas partía de tres principios físicos que había que expresarse en forma matemática, a saber: 1. Las ecuaciones de *la relatividad general deben transformarse en las de Newton para campos gravitacionales débiles;* 2. Las leyes de la física clásica, sobre todo las de *la conservación de energía y momento* no pueden ser violadas; 3. El *principio de la equivalencia*, que implica que observaciones hechas por un observador en aceleración uniforme deben ser idénticas a las de un observador en un campo gravitacional equivalente.

Se produjo un doble problema. En el camino de la matemática a la física, se les escapó el tensor métrico con la constante de la curvatura del espacio ($-0.5\, R\, g_{\mu\nu}$) y en el camino de la física a la matemática, partían, entre otras cosas, del Principio de Equivalencia, que es falso. Así es comprensible que se produjo un problema serio, porque, obviamente, los resultados generados por un camino, no coincidían con los resultados generados por el otro camino. En noviembre de 1912, en el camino que va de las matemáticas a la física, estaban muy cerca de la solución correcta, pero les faltó el término arriba mencionado y además, así reveló Einstein a Lorentz, *"las ecuaciones gravitacionales, lamentablemente no tienen la propiedad de covarianza generalizada."*[377] Una prueba deducida de esta teoría matemática, relacionada con el perihelio de Mercurio, no daba el resultado ya conocido empíricamente y ante estas inconsistencias, Einstein abandonó el camino de las matemáticas a la física por varios años y trató de llegar a la solución por el camino que va de la física a la matemática, el cual estaba condenado al fracaso por las razones ya dichas. El primer resultado de este intento se plasmó en un manuscrito conocido en alemán como el *Entwurf*, es decir, el Proyecto, elaborado en mayo de 1913.[378] Discutió el proyecto con su amigo Michele Besso en junio de 1913 y entre los dos produjeron 50 páginas de anotaciones, pero, una vez más, se dieron cuenta de que las ecuaciones no predecían con exactitud el perihelio de Mercurio, bien conocido por los astrónomos.[379] Por eso, Einstein decidió no publicar el manuscrito. Además, Besso le señaló a Einstein que las ecuaciones no eran invariantes para sistemas de coordenadas en rotación. Besso tenía razón, pero Einstein no le hizo caso.

---

[375] Albert Einstein, "On the Relativity Principle and the Conclusions Drawn from It", en: *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* vol. 4 (1907), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 2 (1989): 301-311
[376] Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 196-202
[377] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 201
[378] "Proyecto de una Teoría Generalizada de la Relatividad y de una Teoría de Gravitación"
[379] Las ecuaciones predecían 18 arcos de segundo cuando el dato empírico conocido era 43 arcos de segundo.

En la primavera de 1914, Einstein regresó a Berlín, dejando a Grossmann y Besso en Zürich. En Berlín abandonó el camino de la matemática hacia la física, basado en los tensores de Riemann y Ricci, en el cual Grossmann lo había introducido, y no obstante las dificultades ya señaladas, seguía trabajando con base en el *Entwurf*. El matemático Tullio Levi-Civitá le señaló a Einstein algunos errores en el manejo de Einstein del cálculo tensorial. Sin embargo, aún esta crítica adicional no le quitaba a Einstein la confianza que tenía en su *Entwurf* y en el camino de la física a la matemática, propio del *Entwurf.* En octubre de 1915, Einstein verificó por si mismo lo que Besso ya le había señalado en junio de 1913, a saber, que las ecuaciones del *Entwurf* no eran válidas para sistemas de coordenadas en rotación. Einstein casi se desesperó y comunicó a un amigo que "*no creo que soy capaz de encontrar el error por mi propia cuenta, porque en este asunto mi mente está en un pozo profundo*"[380] y el 12 de octubre de 1915 confesó en una carta a Lorentz sus "*aseveraciones erróneas*".[381]

Pero, la suerte no le abandonó a Einstein. En junio de 1915 presentó sus avances y consternaciones en una serie de conferencias en la Universidad de Göttingen. Entre los asistentes estaba David Hilbert (1862-1943), profesor de matemática en esta universidad de 1895 a 1930, quien tiene fama por haber establecido por primera vez con gran claridad y rigor lógico la base axiomática de la geometría euclidiana, demostrando implícitamente que otro conjunto axiomático puede ser la base para geometrías no-euclidianas. Hilbert estaba, entonces, en una posición privilegiada para entender la geometría no-euclidiana del espacio curvado de la teoría general de Einstein, la cual estaba en dolores de parto. Einstein solía buscar la asesoría de personas más adiestradas en matemática, porque "*tenía muchos problemas con el cálculo tensorial*" [382] y el interés aparentemente desinteresado de Hilbert le cayó como anillo al dedo. Pero, en Berlín, por la correspondencia que mantuvo con Hilbert, se enteró que éste buscaba la solución por su cuenta, siguiendo el camino que va de las matemáticas a la física y entrando en franca competencia con Einstein, en la recta final de la elaboración de la teoría general de la relatividad. Hilbert avanzó mucho y habría llegado antes que Einstein a la meta final, si no fuera por su pretensión ambiciosa de desarrollar, de una vez, una teoría general unificada de las fuerzas gravitacional y electromagnética, que resultó ser un desacierto completo.

Con Grossmann, Einstein se había acercado a lo que hoy conocemos como el tensor de Einstein, a saber, la igualdad del tensor de Ricci ($R_{\mu\nu}$) y el tensor de momento-energía ($\kappa T_{\mu\nu}$), pero les faltaba un término y no sabían cuál era. Fue Hilbert quien descubrió el término faltante, a saber, el tensor métrico con la constante de la curvatura del espacio ($-0.5 R g_{\mu\nu}$). Pero, erróneamente, Hilbert le dio a este término el valor de cero. Hilbert comunicó su hallazgo a Einstein en la breve correspondencia que los dos mantuvieron en la segunda mitad de 1915. Estas circunstancias motivaron a Einstein a abandonar definitivamente el callejón sin salida del *Entwurf* y regresar al camino sugerido por Grossmann años atrás, partiendo de las ecuaciones tensoriales de Riemann y Ricci, pero tomando en cuenta el término propuesto por Hilbert y dándolo un valor no-cero. [383] Esto le permitió, finalmente, llegar a la ecuación correcta.[384]

---

[380] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 213

[381] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 213

[382] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 224

[383] Para un relato y análisis detallado de este *pas de deux* de Einstein y Hilbert, que se lee como un capítulo de una novela de *detective*, Véase Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 214-224

[384] $R_{\mu\nu} - 0.5 R g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$. Para el desarrollo del tensor de Einstein, véase el Apéndice VI B.

La tensión generada por la carrera contra el tiempo en la competencia con Hilbert y el trabajo intelectual tan duro y difícil, le generaron a Einstein dolorosos problemas estomacales. Sin embargo, perseveró y presentó el gradual avance de su trabajo en cuatro conferencias ante la Real Academia de Ciencias de Prusia, en noviembre de 1915. El 4 de noviembre presentó un esbozo no terminado[385] y señaló, con todo candor, los errores contenidos en el *Entwurf*. Admitió que "*regresé a la exigencia de una covarianza más general de las ecuaciones de campo, lo que había intentado antes colaborando con mi amigo Grossmann y que luego abandoné con el corazón lleno de pesar*"[386] y cantó las alabanzas de las matemáticas de Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci y Levi-Civitá.[387] Lo que convenció a Einstein que, ahora sí, estaba en lo correcto, era la coincidencia de las predicciones de la teoría general con el perihelio de Mercurio conocido desde hace ya bastante tiempo.[388] Presentó este resultado ante la Academia el 18 de noviembre de 1915.[389] Por fin, en la cuarta conferencia, el 25 de noviembre de 1915, Einstein pudo presentar lo que hoy se conoce como el tensor de Einstein.[390] Einstein publicó la teoría general en su forma definitiva en los *Annalen der Physik* de marzo de 1916. De entrada presenta el enunciado universal que constituye la base axiomática de la teoría general de la relatividad: "*las leyes generales de la naturaleza deben ser expresadas por ecuaciones que son válidas para todos los sistemas de coordenadas, es decir, que son covariantes con respecto a cualquier sustitución (covariantes en general).*"[391] Luego construyó lo que hoy conocemos como *el tensor de Einstein*,[392] a partir de los tensores de Riemann y Ricci.

CUADRO MATEMÁTICO 12.5 El tensor de Einstein

El tensor de Einstein, que se deriva en el Apéndice VI B, es:

$$(1)\quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

en donde el término $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci; el término R es el escalar de la curvatura del espacio; el término $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico; el término $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento; y el término $-\frac{8\pi G}{c^4}$ es una constante. Como se trata de álgebra tensorial, aquí no se deriva esta ecuación, ni se ven sus implicaciones, sino que el lector interesado es referido al Apéndice VI B

[385] Albert Einstein, "On the General Theory of Relativity", en: *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften.Sitzungsberichte* (1915), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 98-106
[386] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 215
[387] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 215
[388] Albert Einstein, "Explanation of the Perihelion Motion of Mercury from the General Theory of Relativity," en: *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften. Sitzungsberichte* (1915), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 112-116
[389] Véase para el desarrollo matemático completo de esta prueba el Apéndice VI C, con una crítica a los procedimientos deficientes de Einstein.
[390] La forma de la ecuación que usa Einstein no es la que hoy suele emplearse. Véase Albert Einstein, "The Field Equations of Gravitation", en: *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften. Sitzungsberichte* (1915), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 117-120
[391] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 153
[392] La forma de las ecuaciones y los símbolos matemáticos en la publicación de Einstein son diferentes de las que hoy día suelen emplearse, véase Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik,* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 146-200. El tensor de Einstein está tomada del Apéndice VI B, ecuación (286).

Los términos del lado izquierdo del tensor de Einstein indican cómo la geometría del espacio se curva a causa de objetos masivos y los términos del lado derecho describen la dinámica de energía-momento de objetos físicos en el espacio curvado del campo gravitacional. La teoría general de la relatividad sostiene, entonces, que la gravedad es producto y fuente de la curvatura del espacio y vice-versa, esta curvatura resulta de la presencia de objetos masivos. Parafraseando a John Wheeler, podemos definir la interacción de gravedad y el espacio-tiempo de la siguiente manera: *"La materia determina como el espacio se curva; y el espacio curvado determina como la materia y la luz se mueven."*[393] El campo gravitacional es, por lo tanto, algo esencialmente diferente del campo electromagnético, aunque los efectos de ambos disminuyen con el cuadrado de la distancia: "*La mayoría de los teóricos de la relatividad general conciben la gravedad como una manifestación de la curvatura del espacio-tiempo, es decir, una propiedad geométrica inherente del espacio-tiempo mismo, mientras el campo electromagnético reside dentro del espacio-tiempo.*"[394]

La costumbre de cosmólogos de hablar de 'la curvatura del espacio' no parece muy adecuada, por la siguiente razón. Alguien que vive en una sola dimensión se mueve en una línea recta. Este habitante de una sola dimensión, no podrá comprender lo que es una línea curvada, dado que una línea curvada requiere un plano bidimensional. Es posible que algún día detecte que vive en una línea curvada, cuando cruza la trayectoria por él ya recorrida y que esto lo motive para desarrollar las matemáticas euclidianas de un plano. Análogamente, los habitantes que viven en un plano bidimensional no pueden imaginarse lo que es un plano curvado, aunque lo podrán detectar al sumar los ángulos de un triángulo trazado sobre la superficie del plano, con el resultado que suman más que 180^0 o menos que 180^0 y este descubrimiento los podría motivar a desarrollar las matemáticas del espacio tridimensional. De la misma manera, los observadores que habitamos un espacio tridimensional podemos imaginarnos sin problema un plano curvado en este espacio, pero no podemos imaginarnos la curvatura de una esfera tridimensional en un espacio de cuatro dimensiones. También podríamos, en abstracto, desarrollar las matemáticas de un espacio de cuatro dimensiones —es decir, un espacio-tiempo de cinco dimensiones— para representar matemáticamente la curvatura de la esfera,[395] como dijo Paul Dirac: "*Uno podría imaginarse fácilmente un espacio bidimensional curvado como una superficie inmerso en un espacio euclidiano tridimensional; de la misma manera, podemos tener un espacio-tiempo cuatridimensional inmerso en un espacio plano de un mayor número de dimensiones. Tal espacio curvado se llama un espacio de Riemann.*"[396]

En síntesis: una línea de una sola dimensión puede curvarse en un plano bidimensional; un plano bidimensional puede curvarse en un espacio tridimensional; y *una esfera tridimensional puede curvarse en un espacio de cuatro dimensiones*. Por esta serie de analogías, los cosmólogos han llegado a hablar del 'espacio curvado o el espacio curvo'. Sin embargo, esta terminología no es físicamen-

[393] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 122, mi traducción libre
[394] Fred Cooperstock, *General Relativistic Dynamics* (2009): 189
[395] Se trata del espacio-tiempo de cinco dimensiones de Kaluza-Klein. Véase la Sección 20.6
[396] Paul Dirac, *General Theory of Relativity* (1996): 9

te apropiada, porque *la teoría general de la relatividad no implica una cuarta dimensión espacial*. Estrictamente hablando, entonces, no es válido hablar de la curvatura del espacio, porque un espacio tridimensional solamente podría curvarse en un espacio de cuatro dimensiones y, sin embargo, no existe esta cuarta dimensión espacial donde el espacio tridimensional de nuestro Universo pudiera curvarse.

En realidad, *en nuestro Universo de tres dimensiones espaciales y una dimensión temporal, el espacio alrededor de un campo gravitacional de un objeto masivo no se curva, sino que se compacta y esta compactación del espacio produce trayectorias curvadas*, como por ejemplo líneas curvadas de fotones que pasan al lado del Sol, o la rotación del perihelio de Mercurio. Esta trayectoria curvada es descrita por la geodésica.[397] *La teoría general no contempla un espacio tridimensional curvado en una cuarta dimensión espacial, sino que expresa curvaturas o desviaciones de trayectorias u órbitas en un espacio tridimensional 'compactado' por un objeto con masa.* Por ejemplo, de la teoría general derivamos la geodésica y la métrica de Schwarzschild y si metemos la métrica de Schwarzschild en la geodésica, con los datos de Mercurio y el Sol, obtenemos la rotación del perihelio de Mercurio.[398]

Podemos visualizar la compactación del espacio y la consecuente curvatura de la trayectoria de la luz, por el campo gravitacional del Sol, como si el Sol estuviera envuelto en una esfera compactada de capas paralelas de vidrio, de tal manera que las capas más cercanas al Sol son más gruesas y las más alejadas más diluidas hasta desvanecerse. "*Esto significa que con respecto a la propagación de la luz, la vecindad del Sol se comporta como un globo grande lleno de vidrio, que engloba el Sol.*"[399] Cuando los rayos de luz pasan por esta esfera de vidrio imaginario, pasan por una lente imaginaria que curva su trayectoria, y la curvatura resulta mayor mientras más gruesa es, exactamente análogo al efecto de un lente de vidrio verdadero sobre los rayos de luz. De hecho los cosmólogos hablan del *lensing* gravitacional producido por objetos masivos como estrellas o galaxias.

Einstein fue más lejos que esta visualización de un espacio compactado por el campo gravitacional. En uno de sus últimos trabajos, él, asistido matemáticamente por Bergmann, concibió las mismas partículas elementales de materia como *nudos en un campo gravitacional*, y el movimiento de una partícula como la propagación de un disturbio en este campo gravitacional. Con sus cálculos corroboraron que el movimiento de estos nudos en la geometría del espacio-tiempo efectivamente está de acuerdo con lo que la geodésica de la teoría general predice.[400] A continuación analizaré algunas implicaciones menos especulativas, pero no menos importantes, de la relatividad general para la astrofísica, que es el campo donde ha podido ser puesta a prueba.

---

[397] Véase el Apéndice VI B

[398] Véase por ejemplo el Apéndice VI C donde metemos las métrica de Schwarzschild a la geodésica, para obtener la rotación del perihelio de Mercurio.

[399] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 190

[400] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 322-323

Sección 12.4. La corroboración de la teoría general de la relatividad

Después de casi 10 años de trabajo, Einstein logró formular la *teoría general de la relatividad*, la cual constituyó un avance teórico conceptual significativo con respecto a la teoría de la gravitación newtoniana, y superó el problema de la acción a distancia, inherente en ésta, al demostrar que la velocidad de la propagación de los campos gravitacionales es finita y corresponde a la velocidad de la luz. Además, *generó interesantes predicciones referentes a la astrofísica y la cosmología*, en su mayoría señaladas por el mismo Einstein, en la publicación definitiva de la teoría general, en *Annalen der Physik* de marzo de 1916. Estos enunciados básicos, deducidos de la teoría general, fueron formulados antes de ser contrastados con la realidad, e hicieron, por lo tanto, la teoría general refutable por hechos reales del mundo 1, tal como lo pediría la filosofía de la ciencia de Popper, publicada por primera vez 18 años después. Doy la palabra a Einstein:[401]

1. "*Una regla de medir estandarizada aparecerá un poco acortada en relación con el sistema de coordenadas en la presencia del campo gravitacional, si la regla se extiende en la dirección del radio [del campo]. (...) En la posición tangencial, sin embargo, el campo gravitacional del punto de masa no ejerce influencia sobre la longitud de la regla.*"[402]
2. "*Examinemos el ritmo de un reloj estandarizado, que ha sido colocado de tal manera que se encuentra en reposo en un campo gravitacional estático. (..) El reloj se lentifica si se coloca en la vecindad de masas considerables.*"[403]
3. "*Las líneas espectrales de la luz que nos llegan desde la superficie de estrellas grandes deben aparecer recorridas hacia el lado rojo del espectro.*" [404]
4. "*Reconocemos fácilmente que la trayectoria de rayos de luz debe sufrir una deflexión con respecto al sistema de coordenadas.*" [405]
5. "*Un rayo de luz que pasa junto al Sol sufre una deflexión de 1.7 arco-segundos; y un rayo de luz que pasa junto a Júpiter, una deflexión de 0.02 arco-segundos.*"[406]
6. "*Encontraremos una desviación de las leyes de movimiento planetario de Kepler-Newton de la siguiente manera. La elipse orbital de un planeta sufre una lenta rotación en la dirección del movimiento (...). Cálculos dan para el planeta Mercurio una rotación de su órbita de 43 arcos-segundos por siglo.*"[407]
7. Einstein no previó que la dinámica gravitacional de galaxias y cúmulos de galaxias también corroboraría la teoría general de la relatividad, como veremos en la Sección 14.

---

[401] Los números de los enunciados no son de Einstein, sino míos

[402] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 197

[403] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 197-198

[404] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 198

[405] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 198

[406] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 199

[407] Albert Einstein, "The Foundation of the General Theory of Relativity", en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 199-200

A continuación veremos cómo se contrastaron estos enunciados con los hechos reales del mundo 1, y como en todos los casos resultaron ser corroborados y no refutados, corroborando así la teoría general de la cual fueron deducidos. Un biógrafo de Einstein apunta: "*Una vez más, Einstein elaboró una teoría de principios y postulados universales, y luego derivaba de éstos predicciones que podrían ser puestas a prueba en experimentos.*" [408]

Enunciado 1. No me consta que se hayan realizado experimentos para probar este enunciado básico. Los experimentos antes señalados sobre la relatividad especial no se aplican en este caso.

Enunciado 2. Misner, Thorne y Wheeler presentaron en 1973 los resultados de tres experimentos hechos con radiación emitida por radares en la Tierra, afectada por la masa del Sol, y reflejada por objetos tales como los planetas Venus y Mercurio y las naves espaciales Mariner VI y VII. Estos resultados y otros posteriores[409] demuestran el rezago del tiempo por el campo gravitacional del Sol o de Júpiter en plena concordancia con la teoría general de Einstein.

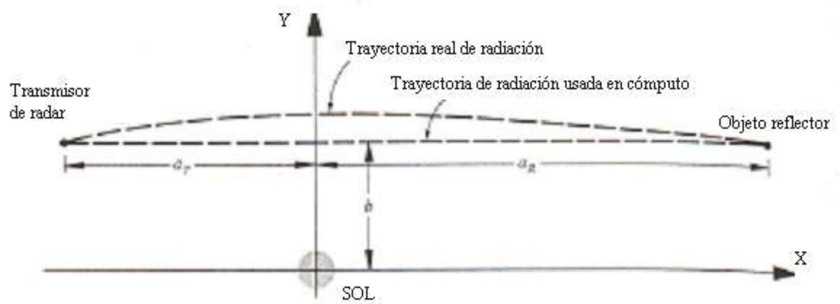


Imagen. El rezago del tiempo por el campo gravitacional del Sol [410]

Karl Schwarzschild (1873-1916), astrónomo alemán, calculó los campos gravitacionales de una estrella cuya masa se ha concentrado en un solo punto. Él desarrolló el concepto del 'radio de Schwarzschild' que es la distancia del horizonte al centro de un agujero negro[411] Más tarde, Wheeler concibió el agujero negro como el colapso de una región espacio-temporal en cuyo centro se encuentra una *singularidad*. Los teóricos de los agujeros negros han calculado las implicaciones extremas del enunciado básico 2, a saber, que en el centro de un agujero negro *el tiempo se para*. Claro está que no existe corroboración empírica de esta hipótesis.

Enunciado 3. Con respecto al enunciado 3, se ha corroborado que los agujeros negros ejercen tanta atracción gravitacional, que la radiación electromagnética fuera del horizonte de eventos sufre un fuerte corrimiento hacia el lado rojo del espectro, tal como Einstein predijo. Al escapar de la gravedad del agujero negro, el fotón no disminuye su velocidad, la cual es constante, sino que obtiene su energía cinética del aumento gradual de su longitud de onda. Mientras más ancha la longitud de una

---

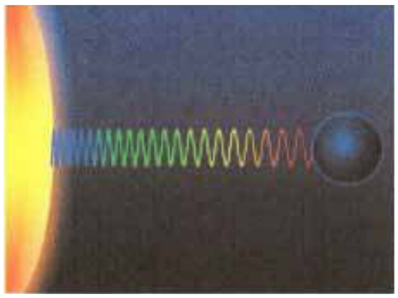
[408] Walter Isaacson, *Einstein, His Life and Universe* (2007): 181

[409] Clifford Will, "Confrontation betwen General Relativity and Experiment", *Living Reviews in Relativity*, vol. 9 (2006) y en arXiv:gr-qc/0510072 (2006): 36-37

[410] Adaptada de: Charles Misner, Kip Thorne & John Wheeler, "Time Delay in Radar Propagation", en: *Gravitation* (1973): 1103- 1109

[411] Véase la Sección I del Apéndice VI sobre la Teoría General de la Relatividad

onda electromagnética, menos energético es el fotón. Algo análogo sucede con la misma expansión del Universo desde el *Big Bang.* Más adelante veremos que Hubble descubrió la expansión del Universo a partir del corrimiento al rojo de la luz que nos llega de galaxias ubicadas a diferentes distancias de la Tierra, lo que corrobora la teoría general.[412]



Gráfica. Un cuerpo masivo alarga la longitud de las ondas electromagnéticas que se alejan de él [413]

Enunciado 4. La deflexión de la luz de estrellas y galaxias por objetos masivos ha sido observada cantidad de veces en el fenómeno conocido como *gravitational lensing.* [414]

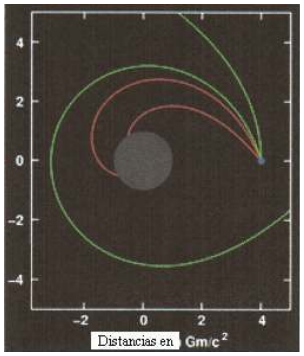


Imagen. La cruz de Einstein: la imagen del quasar QSO 2237+0305 a 8 mil millones de años luz se divide en cuatro por la gravedad del quasar ZW 2237+030, el 'lente de Huchra'

Enunciado 5. Sir Arthur Eddington (1882-1944), astrónomo inglés, declaró corroborado el enunciado 5 por las observaciones hechas durante un eclipse del Sol en Brasil y África. La teoría de Newton predecía una deflexión de la luz de una estrella en el campo gravitacional del Sol, de 0.85 arco-segundos y la teoría de Einstein, de 1.7 arco-segundos. Se hicieron observaciones en la ciudad de Sobral, en Brasil y en la isla de Príncipe, en la costa atlántica de África. Eddington estaba en el segundo equipo. Dos diferentes observaciones en Sobral arrojaban una deflexión de 1.98 arco-segundos y de 0.86 arco-segundos, respectivamente, pero con un mayor margen de error en el segundo resultado. Las observaciones de Eddington, en Príncipe, daban una deflexión de 1.6 arco-segundos. Eddington decidió ignorar el resultado de 0.86 arco-segundos que corroboraba la teoría de Newton y refutaba la de Einstein, y presentar solamente los resultados de 1.98 y 1.6 arco-segundos. Este modo de proceder es un caso típico de lo que Ohanian llama *"creative cherry-picking,"*[415] es decir, selectividad en favor de los resultados que verifican la hipótesis. De hecho, "*los experimentos de Eddington y sus colabora-*

[412] Véase la Sección 13.4
[413] Imagen de Wikipedia, "General relativity", pág 12
[414] Wikipedia, *Einstein Cross*. NASA (Septiembre 13, 1990). "The Gravitational Lens G2237 + 0305". *HubbleSite*. http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1990/20/image/a, July 25, 2006.
[415] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008). 244

dores tenían solamente una precisión de ± 30% y experimentos posteriores no eran mucho mejores. Los resultados oscilaban entre la mitad y el doble del valor predicho por Einstein." [416]



Gráfica. La curvatura de la ruta de la luz por un campo gravitacional muy fuerte [417]

En septiembre de 1919, Lorentz le envió a Einstein resultados preliminares, que variaban de 0.9 a 1.8 arco-segundos, lo que dejó a Einstein con la frustración de no saber cuál teoría era la correcta. En una sesión privada de la Academia Real de Holanda, con Einstein, y en otra sesión, de la Sociedad Real de Ciencias de Inglaterra, esta vez pública, sin Einstein, se presentaron los resultados seleccionados por Eddington, que lograron una aceptación amplia de la teoría general de la relatividad, lo que a Einstein le encantó.[418] Hoy, después de muchas mediciones con una precisión mejor que 100 micro arco segundos,[419] sabemos que el resultado verdadero es de 1.75 arco-segundos,[420] lo que corrobora la teoría de la relatividad general de Einstein.

Enunciado 6. Desde un principio, *el perihelio de Mercurio jugó un papel importante en la confrontación de las diferentes etapas de la teoría general con los hechos del mundo físico real*. En noviembre de 1912, en el camino que va de las matemáticas a la física, Einstein y Grossmann estaban muy cerca de la solución correcta, pero un enunciado básico deducido de esta teoría universal, predijo un perihelio de Mercurio que no coincidía con los hechos ya conocidos. La refutación del enunciado básico condujo a la refutación del enunciado universal. Después, en junio de 1913, al discutir el *Entwurf*, que toma el camino de la física a las matemáticas, con su amigo Michele Besso, se dieron cuenta que las ecuaciones no predecían con exactitud el perihelio de Mercurio, bien conocido por los astrónomos, y por eso, Einstein decidió no publicar el manuscrito. Lo que convenció a Einstein, en noviembre de 1915, que había acertado, era que la predicción de la teoría general sobre el perihelio de Mercurio coincidió con el desplazamiento empírico del perihelio conocido desde los tiempos de Newton. Vemos que Einstein seguía los principios de la filosofía de la ciencia de Popper, antes de que éste la publicara.

---

[416] Clifford Will, "Confrontation betwen General Relativity and Experiment", *Living Reviews in Relativity*, vol. 9 (2006) y en arXiv:gr-qc/0510072 (2006): 34

[417] Imagen de Wikipedia, "General relativity", pág 12

[418] Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 249-262

[419] Clifford Will, "Confrontation between General Relativity and Experiment", *Living Reviews in Relativity*, vol. 9 (2006) y en arXiv:gr-qc/0510072 (2006): 34-35

[420] Charles Misner, Kip Thorne & John Wheeler, "Light deflection", en: *Gravitation* (1973): 1101-1103. El resultado es $0.5(1+\gamma)1??.75$

Aunque las masas de los planetas en nuestro sistema solar son tan pequeñas que, generalmente, la teoría gravitacional de Newton y la de Einstein dan los mismos resultados, existe al menos una excepción. Para explicar exactamente el desplazamiento muy gradual del perihelio de Mercurio, Einstein acierta y Newton falla. El desplazamiento del perihelio es de $574''$ por siglo. La teoría de Newton predice la parte del desplazamiento que se puede atribuir a las masas de los demás planetas, a saber, $531''$. Los $43''$ faltantes solamente podrían ser explicados por la teoría newtoniana si se cambiara, en la ecuación de Newton, r^2 por $r^{2.000,000,2}$. Aunque este procedimiento para salvar una hipótesis refutada no era más que "*un truco matemático*", aún así la comunidad científica se aferró a su visión de que la fórmula de Newton era la correcta,[421] hasta que Einstein presentó su explicación de la rotación del perihelio, derivada de su teoría general, el 18 de noviembre de 1915, ante la Real Academia de Ciencias de Prusia.[422]

CUADRO MATEMÁTICO 12.6 La rotación del perihelio de Mercurio

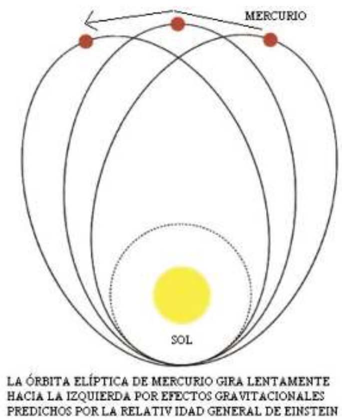
La ecuación que Einstein usó, deducida de su teoría general, para predecir la rotación del perihelio de Mercurio es la siguiente:

$$(2)\ \varepsilon = 24\pi^3 \frac{a^3}{T^2c^2(1-e^2)}$$

en donde ε es el desplazamiento adicional, después de una órbita, del perihelio de Mercurio, explicado por la teoría general, pero no por la newtoniana; $\pi^3 = \pi_{as}\pi^2$, $\pi_{as} \equiv 684{,}000$ arco-segundos y $\pi^2 \cong (3.1416...)^2$; c es la velocidad de la luz ($3*10^5\ km/s$); a es el semieje mayor de Mercurio ($5.791*10^7\ km$); T es su período (88 días); y e la excentricidad de su órbita elíptica ($e = 0.2056$).

Einstein estaba fuera de sí de gozo cuando descubrió que su teoría predice con exactitud el desplazamiento gradual del perihelio de Mercurio.[423] Por la gran importancia que la rotación del perihelio de Mercurio jugó en la refutación de dos versiones anteriores de la teoría general, de 1912 y 1913, y en la supuesta corroboración de la versión definitiva y correcta, de noviembre de 1915, hemos de conocer los siguientes hechos. En 1915, Einstein usó la geodésica por él desarrollado, pero no la métrica de Schwarzschild sobre la curvatura del espacio alrededor de una masa esférica, que viene al caso en el perihelio de Mercurio. Sin embargo, Schwarzschild "*quien era un mejor matemático que Einstein*"[424] se la mandó a Einstein, desde la frente rusa, un poco antes de morir. Einstein le agradeció su hallazgo efusivamente, pero.... ¡no la usó para mejorar sus aproximaciones de noviembre de 1915! Ohanian señala que los cálculos de Einstein, además de contener "*errores*", ofrecen "*una solución aproximada, ni siquiera intentó encontrar una solución exacta, pensando que la forma complicada de su ecuación haría una solución exacta demasiado difícil o imposible.*"[425]

[421] Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 128
[422] Albert Einstein, "Explanation of the Perihelion Motion of Mercury for the General Theory of Relativity", en: *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften. Sitzungsberichte* vol. 48 (1915), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 112-116
[423] Citado en Walter Isaacson, *Einstein. His Life and Universe* (2007): 218
[424] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 245
[425] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 215, 245



Gráfica. La rotación del perihelio de mercurio corrobora la teoría de Einstein [426]

Einstein solamente encontró una solución aproximada, pero esto no es todo. En dos momentos, Einstein ajustó la ecuación, precisamente para que dé el resultado esperado. Por lo tanto, su ecuación *no corrobora* la hipótesis sobre la rotación del perihelio, *sino únicamente demuestra que una aproximación convenientemente ajustada es compatible con los hechos empíricos.* En el Apéndice VI C, ofrezco primero la solución exacta que se le eludía a Einstein y que hoy está a nuestro alcance gracias a los procedimientos de la integración numérica; luego demuestro cómo Einstein en dos ocasiones arregló la ecuación para obtener el resultado deseado. Es otro caso típico de lo que Ohanian llama "*creative cherry-picking*", así como vimos arriba en el caso de Eddington y la curvatura de la luz por la masa del Sol.[427] Sin embargo, hoy día se calcula con mucha precisión la influencia no solamente de la masa del Sol, sino, adicionalmente, de la galaxia entera, en la rotación del perihelio de Mercurio, corroborando la relatividad general.[428]

Enunciado 7. Una implicación de la relatividad general no predicha por Einstein es la explicación de la velocidad orbital de estrellas en los brazos de galaxias espirales. Ante el problema de la discrepancia entre la teoría newtoniana y las observaciones de la velocidad orbital de galaxias espirales (véase la Sección 13.5), se han sugerido tres posibles soluciones:

1. Un halo de materia oscura esotérica, mucho más extenso que la galaxia, en donde de alguna manera quedan insertados los objetos de materia ordinaria (véase la Sección 14.1).
2. La teoría MOND (*Modified Newtonian Dynamics*), propuesta por Mordechai Milgrom, un astrofísico israelita, en diferentes publicaciones desde 1983 (véase la Sección 14.2)
3. A partir de 2005, dos equipos de astrofísicos canadienses, uno independiente del otro, a saber Cooperstock y Tieu, y Brownstein y Moffat, *explicaron la conducta de galaxias y cúmulos de galaxias* por la atracción gravitacional ejercida por *materia ordinaria en una dinámica gravitacional relativista,* como veremos más adelante (véanse las Secciones 14.2 y 14.3).

¿Cómo decidimos cuál de estas tres teorías hemos de aceptar? En la Sección 21 de este libro, explico que en el caso de dos teorías que pretenden explicar el mismo fenómeno, una postulando como causa

[426] Wikimedia Commons, *Perihelion precession of Mercury*, autor/usuario: Dhenry.
[427] Véase enunciado 5 arriba
[428] Clifford Will, "Confrontation between General Relativity and Experiment", arXiv:gr-qc/0510072 (2006): 37-38

objetos y dinámicas físicas desconocidas y nunca observadas directamente, y otra a partir de causas que forman parte de leyes ordinarias de la física, corroboradas muchas veces, hemos de optar por las explicación en términos de la física conocida. Por esta razón opto por la tercera explicación la cual corrobora la teoría de la relatividad general.

Sección 13. La teoría del Universo dinámico y su geometría

Sección 13.1. Los modelos estático y dinámico del Universo

La teoría general de Einstein confirmó una consecuencia lógica de la teoría gravitacional de Newton que nadie, desde Newton hasta Michelson, había estado dispuesto a aceptar, a saber, que el Universo tendría que colapsarse. En este punto las teorías objetivas de Newton y Einstein daban el mismo resultado. Pero, ambos científicos tenían, subjetivamente, la misma dificultad para aceptar esta conclusión. Newton sostuvo, erróneamente, que el Universo es infinito y que un Universo infinito no colapsa[429] y Einstein acudió a la famosa 'constante cosmológica' λ. Esta constante, introducida en las ecuaciones de la teoría general de relatividad, pretende neutralizar el efecto de la atracción gravitacional, por ser una fuerza o energía equivalente pero repulsiva, de tal manera que el Universo (en aquel entonces identificado con nuestra galaxia) quedaba en equilibrio estático y eterno. El problema con esta constante era que nadie sabía qué es lo que realmente representaba. A nadie le constaba esta supuesta presión negativa del espacio vacío a grandes distancias. En palabras del mismo Einstein, la constante cosmológica era "*solamente necesaria para lograr el objetivo de crear una distribución casi-estática de materia*" en el Universo.[430] Al proponer su conjetura, Einstein no se percató que este Universo sería tan inestable como el de Newton.[431]

Einstein publicó su teoría general de la relatividad con la constante cosmológica en el año 1917, bajo el título *Consideraciones Cosmológicas de la Teoría General de Relatividad*. Un matemático ruso, Alexander Friedmann (1888-1925), leyó el ensayo de Einstein y se le ocurrió una teoría alternativa. Friedmann publicó, en 1922, su teoría alternativa, usando, paradójicamente, las ecuaciones de la teoría general de relatividad de Einstein. En este modelo figura el concepto de 'velocidad de escape' que es la velocidad que un objeto necesita para escapar del campo gravitacional de un objeto con masa M y radio R. Friedmann elaboró su modelo, usando las ecuaciones de la teoría general de la relatividad.

Según Friedmann, aún en el caso de un valor cero de la constante cosmológica, el Universo podría no colapsar, siempre y cuando, el Universo se encontrara en *un estado de expansión*. Hay tres diferentes escenarios posibles de interacción entre la fuerza gravitacional, tendiente al colapso del Universo, y la energía cinética de la expansión:

a. La gravedad le gana gradualmente a la expansión y el Universo colapsará eventualmente: la velocidad de la expansión es menor que la de escape.
b. Con suficiente energía cinética, la expansión le gana a la gravedad: la velocidad de la expansión es mayor que la velocidad de escape y terminará siendo positiva y constante para siempre. Aquí no hay colapso.

---

[429] Compruebo este punto matemáticamente al final de la Sección 7.
[430] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 148
[431] Véase el final de la Sección 7

c. Con una energía cinética suficiente para prevenir un colapso gravitacional, pero insuficiente para escapar definitivamente del campo gravitacional, la gravedad frena cada vez más la expansión, sin nunca revertirla: la velocidad de expansión es igual a la velocidad de escape. Aquí tampoco hay colapso.

Más adelante analizaré en cierto detalle este modelo de Friedmann, quien aplicaba los principios de la relatividad general de Einstein a la expansión del Universo.[432] A Einstein, las ideas de Friedmann sobre un Universo en expansión no le causaron gracia. Primero objetó que *"los resultados contenidos en el trabajo de Friedmann me parecen sospechosos. En realidad, resulta que su solución no satisface las ecuaciones [de la relatividad general]."*[433] Después de la protesta de Friedmann, de que sus cálculos eran correctos, Einstein tuvo que retractarse de lo dicho y admitir que el modelo dinámico de Friedmann era matemáticamente correcto: "*Estoy convencido que los resultados del Sr. Friedmann son a la vez correctos y claros. Demuestran que en adición a las soluciones estáticas de las ecuaciones [de la relatividad general], existen soluciones variantes en el tiempo con estructura espacial simétrica.*" [434] Sin embargo, aún así, Einstein no admitió que el modelo de Friedmann describía la realidad y la comunidad científica siguió a Einstein.

Friedmann murió prematuramente, pero unos años después, un astrofísico y sacerdote católico de Bélgica, Georges Lemaître (1894-1966) revivió el modelo dinámico. Sin conocer el trabajo de Friedmann, Lemaître no solamente desarrolló un modelo del Universo en expansión a partir de la teoría general de Einstein, sino que fue más lejos que Friedmann al postular un origen del Universo en la explosión nuclear de un súper átomo primitivo —lo que después se llegaría a llamar el *Big Bang*— y describir la evolución del Universo desde el *Big Bang*, haciendo, además, la predicción de algunos fenómenos observables del Universo, que eran desconocidos en aquel entonces, pero hoy constan por observaciones empíricas, como son los rayos cósmicos y la expansión del Universo. Sin embargo, cuando publicó su modelo en una revista de lengua francesa poco conocida, en 1927, "*se topó con el mismo silencio condenatorio que antes le había tocado a Friedmann.*" [435] En un Congreso de 1927, reveló su modelo a Einstein. Éste le introdujo en el trabajo de Friedmann, pero rechazó el modelo de Lemaître diciendo que *"sus cálculos son correctos, pero su física es abominable."*[436] Un rechazo de parte de Einstein significaba un rechazo de parte de la comunidad científica y Lemaître archivó la idea.

A Einstein no le escapaba la ironía del caso, a saber, que él, el rebelde que había desafiado el establecimiento académico de sus días, en 1915, ahora era el "*dictador*" reinante del mismo: *"Para castigarme por mi desprecio a la autoridad, el Destino me ha hecho una autoridad yo mismo."*[437] A continuación sintetizo las dos teorías que competían entre sí, desde 1922, la de Einstein y la de Friedmann-Lemaître.

432 Véase el Cuadro Matemático 13.1 y el Apéndice VI B
433 Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 153
434 Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 155
435 Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 160
436 Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 160
437 Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 160

Teoría de Einstein de un Universo estático

1. Enunciado universal: el Universo es estático.
2. Enunciado universal que lo explica: en el Universo, una constante cosmológica λ, contrarresta exactamente la fuerza gravitacional, produciendo un Universo estático.
3. Enunciado básico que lo refuta: el Universo es dinámico y se expande.

Teoría de Friedmann-Lemaître de un Universo dinámico

1. Enunciado universal: el Universo es dinámico y se expande.
2. Enunciado universal que lo explica: en el Universo, la energía cinética del Universo en expansión contrarresta la fuerza gravitacional, produciendo un Universo dinámico en estado de expansión, cuyo destino final es colapsarse o expandirse para siempre.
3. Enunciado básico que lo refuta: el Universo es estático: ni se colapsa ni se expande.

El valor exacto de la constante cosmológica, escogida —arbitrariamente— para explicar el estado de equilibrio inicial de un Universo estático, no garantiza, en absoluto, que este equilibrio se mantenga. Dado que λ incrementa linealmente con la distancia y la gravedad disminuye con el cuadrado inverso de la distancia, cualquier distorsión mínima de este equilibrio, por un leve aumento o una leve disminución del campo gravitacional, sería causa de que el Universo, empiece a colapsarse o expandirse. Al postular un equilibrio frágil entre gravedad y 'constante cosmológica', Einstein cayó en el mismo error lógico que antes había cegado a Newton, cuando éste postuló una distribución isotrópica de la materia en un espacio infinito,[438] *sin darse cuenta de que el equilibro resultante sería tan delicado que se perdería al voltear la hoja de un libro.*

En todo esto hay una profunda ironía. Einstein había creado la teoría y las ecuaciones que le permitían predecir la expansión del Universo, sin embargo, se aferró al modelo de un Universo estático: "*Si Einstein hubiera creído en lo que sus propias ecuaciones, en su forma original, le estaban diciendo, él habría podido predecir la expansión del Universo, antes de que ésta fuera observada.*"[439] Más tarde, cuando el descubrimiento del alejamiento de las galaxias por Hubble convenció a Einstein que la teoría de Friedmann y Lemaître era la correcta, Einstein hizo público su cambio de opinión, lamentando lo que él llamó "*el error más grande de toda mi vida.*"[440]

Sección 13.2. La teoría general aplicada a la expansión del Universo

Existen tres escenarios en el espacio curvado por la gravedad:

1. El Universo es cerrado, con la geometría Riemanniana de una esfera y el Universo colapsará antes de que R llegue a infinito.
2. El Universo es plano (flat), con geometría Euclidiana y se expandirá para siempre, pero con una velocidad de expansión que tiende a cero cuando el radio tiende a infinito, en un punto infinito del futuro.

[438] Véase Cuadro Matemático 7.3 de la Sección 7

[439] John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 280

[440] Citado en Simon Singh *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 274 y en John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 280

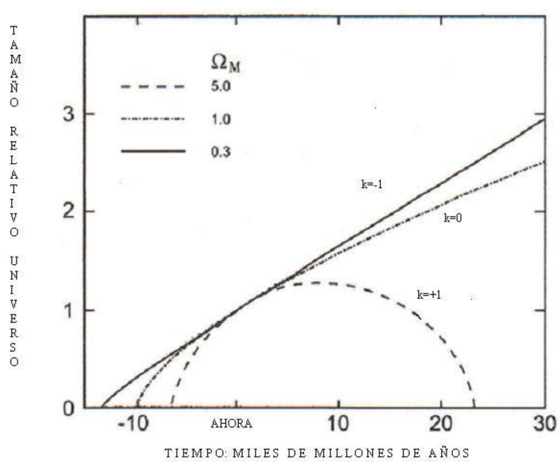
3. El Universo es abierto y se expandirá para siempre, como en el caso (2), pero con una velocidad de expansión positiva y constante, cuando el radio R y el tiempo t tienden a infinito.

Lo que decide cual de estos tres escenarios se dé, es Ω que constituye la razón entre la densidad observada de materia-energía del Universo (ρ) y la densidad crítica ρ'. Si $\rho = \rho'$, entonces, Ω =1 y el Universo es plano (con $k = 0$). Si Ω es menor que uno, entonces $k = -1$), y el Universo es abierto. Si Ω es mayor que uno, entonces $k = +1$), y el Universo es cerrado y con el tiempo colapsará. La siguiente tabla presenta estos tres posibles escenarios:

Tabla. Modelo Friedmann-Lemaître del Universo

Universo	Densidad ρ	Omega $\Omega = \rho / \rho'$	Constante k	Velocidad de expansión $v = H_0 * R$	Destino final
Cerrado	$\rho > \rho'$	$\Omega > 1$	$k = +1$	va bajando y luego es negativa	Colapso
Plano	$\rho = \rho'$	$\Omega = 1$	$k = 0$	desacelera hasta cero en $t \to \infty$	Expansión
Abierto	$\rho < \rho'$	$\Omega < 1$	$k = -1$	positiva siempre	Expansión

En la siguiente gráfica se pueden apreciar estos tres escenarios de la expansión del Universo en el modelo de Friedmann-Lemaître:



Gráfica. El modelo Friedmann-Lemaître sin la constante cosmológica [441]

A Einstein, no le cayó en gracia esta aplicación genial de la teoría general de la relatividad a la expansión del Universo, y se aferró a su modelo de un Universo estático, echando mano de la así llamada *constante cosmológica*. Pero, ante la evidencia presentada por Hubble, Einstein abandonó su hipótesis sobre la constante cosmológica. El siguiente cuadro da una idea matemática aproximada de la aplicación de la teoría general a la expansión del Universo. El modelo matemático exacto se encuentra en el Apéndice VI B

[441] Adaptada de: Gráfica en Roger Penrose, *The Road to Reality* (2005):722; Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004):154; John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 299; y Guillermo Gonzalez & Jay Richards, *The Privileged Planet* (2004):185

CUADRO MATEMÁTICO 13.1 La aplicación de la teoría general de Einstein a la expansión del Universo

Veamos a continuación con matemáticas simples cómo Friedmann (1888-1925), un matemático ruso, aplicó los principios de la relatividad general a la expansión del Universo. Según las ecuaciones de Newton, la *velocidad de escape* v es la velocidad que necesita un objeto para escapar del campo gravitacional de otro objeto con *masa* M y *radio* R, partiendo de su superficie:

$$(1)\quad v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Obviamente, mientras mayor es la distancia R del centro del cuerpo con masa M, menor es la velocidad necesaria para escapar de un cuerpo con masa M. Añadimos *una constante* χ a esta ecuación para indicar si la *velocidad de expansión* v_{ex} rebasa la velocidad de escape v ($\chi > 0$), o es menor que ésta ($\chi < 0$), o es equivalente a ella ($\chi = 0$):

$$(2)\quad {v_{ex}}^2 = v^2 + \chi = \frac{2GM}{R} + \chi$$

Ahora bien, la masa M es igual al producto del *volumen de la esfera* ($\frac{4}{3}\pi R^3$) y su *densidad* ρ, que es la cantidad de materia-energía por volumen:

$$(3)\quad M = \frac{4\pi R^3 \rho}{3}$$

La densidad es la masa dividida por el volumen:

$$(4)\quad \rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

Combinando (2) y (3), obtenemos:

$$(5)\quad {v_{ex}}^2 = \frac{8\pi G R^2 \rho}{3} + \chi$$

Representamos con el símbolo K, *la energía cinética del objeto que intenta escapar del campo gravitacional del objeto con masa* M. Según Newton, la energía cinética de un objeto con masa m y velocidad v_{ex} equivale:

$$(6)\quad K = \frac{1}{2} m {v_{ex}}^2$$

Por unidad de masa, esta energía cinética κ equivale:

$$(7)\quad \kappa = \frac{m {v_{ex}}^2}{2m} = \frac{1}{2} {v_{ex}}^2 ,$$

de modo que:

$$(8)\quad {v_{ex}}^2 = 2\kappa$$

Combinando 5 y 8, obtenemos:

(9) $v_{ex}^{\ 2} = 2\kappa = \frac{8}{3}\pi GR^2\rho + \chi$

Cuando R tiende a infinito, ρ tiende a cero y en este caso representamos la energía cinética por unidad de masa por el símbolo $\kappa_{\rho\to 0}$

(10) $2\kappa_{\rho\to 0} = \chi$

Por lo tanto, si R tiende a infinito y ρ a cero, existen tres escenarios en el espacio newtoniano:

1. $\kappa_{\rho\to 0} < 0 \Rightarrow \chi < 0$. Cuando la energía por unidad de masa es negativa, la velocidad de expansión es menor que la velocidad de escape y la esfera colapsará sobre sí misma.

2. $\kappa_{\rho\to 0} = 0 \Rightarrow \chi = 0$. Cuando la energía por unidad de masa es cero, en el caso de que el radio R tienda a infinito, la velocidad de expansión, en un punto infinito del tiempo futuro, tenderá también a cero, pero no habrá colapso de la esfera.

3. $\kappa_{\rho\to 0} > 0 \Rightarrow \chi > 0$. Cuando la energía por unidad de masa es positiva, en el caso de que el radio R tienda a infinito, la velocidad de expansión tendrá un valor positivo y constante en un punto infinito del tiempo futuro.

Para extender el análisis al Universo entero hemos de tomar en cuenta la masa-energía del Universo y también la curvatura del espacio postulado por la teoría general de la relatividad. En el contexto de estos parámetros, Friedmann calculó el equivalente einsteiniano de la energía de escape newtoniana, lo que resultó en un constante $-kc^2$ (en donde k es la constante de Robertson-Walker, y c la velocidad de la luz). Se conoce esta ecuación como *la ecuación Friedmann-Robertson-Walker.* La constante es $\chi = -kc^2$. Por lo tanto:

(11) $v_{ex}^{\ 2} = \frac{8}{3}\pi GR^2\rho - kc^2$ (nota 442).

En la medida que el radio del Universo (R) tiende a infinito y la densidad de la materia (ρ) a cero, la velocidad de escape, llevada al cuadrado ($v_{ex}^{\ 2}$) tiende a $-kc^2$ y, entonces, existen tres escenarios en el espacio-tiempo curvado por la gravedad:

4. Si $k = +1$, el Universo es cerrado, con la geometría Riemanniana de una esfera y el Universo colapsará antes de que R llegue a infinito.

5. Si $k = 0$, entonces el Universo es plano (flat), con geometría Euclidiana y se expandirá para siempre, pero con una velocidad de expansión que tiende a cero cuando el radio tiende a infinito, en un punto infinito del futuro.

6. Si $k = -1$, entonces el Universo es abierto y se expandirá para siempre, como en el caso 2, pero con una velocidad de expansión positiva y constante, cuando el radio R y el tiempo t tienden a infinito.

[442] Se deriva de la ecuación (358) del Apéndice VI B, multiplicando los tres términos de la ecuación con R^2

Lo que decide cual de estos tres escenarios se dé, es la relación Ω entre la densidad observada ρ del Universo y la densidad crítica ρ':

(12) $\Omega = \rho / \rho'$

A continuación introduzco la constante de Hubble, para obtener otra ecuación para la velocidad de expansión. *La constante de Hubble establece una relación constante entre la velocidad de recesión de una galaxia (que es equivalente a la velocidad de expansión del espacio* v_{ex} *en este punto del Universo) y su distancia* d *de la Tierra:*

(13) $H = \frac{v_{ex}}{d} \Rightarrow v_{ex} = Hd$

Supongamos que estamos en el límite del Universo observable viendo una galaxia con una alta velocidad de recesión. Por lo tanto, en este caso la distancia d es equivalente al radio R del Universo. Por lo tanto, la ecuación (3) se transforma en:

(14) $v_{ex} = HR \Rightarrow v_{ex}{}^2 = H^2R^2$

Combinando (11) y (14), obtenemos:

(15) $H^2R^2 = \frac{8}{3}\pi GR^2\rho - kc^2$

De (15) se deduce la densidad del Universo ρ:

(16) $\rho = 3H^2 / 8\pi G + 3kc^2 / 8\pi GR^2$

La densidad crítica ρ' se da, cuando $k = 0$:

(17) $\rho' = 3H^2 / 8\pi G$

Combinando las ecuaciones (12), (16) y (17), obtenemos:

(18) $\Omega = [3H^2 / 8\pi G + 3kc^2 / 8\pi GR^2]/[3H^2 / 8\pi G] \Rightarrow \quad \Omega = 1 + \frac{kc^2}{H^2R^2}$

Sección 13.3 Los hechos deciden entre dos teorías sobre el tamaño del Universo

Veremos ahora cómo se descubrió la evidencia empírica necesaria y suficiente para decidir entre los modelos de Einstein y Friedmann-Lemaître. El descubrimiento se hizo en dos pasos: en primer lugar, la cosmología cayó en la cuenta de que el Universo es mucho más vasto de lo que originalmente se postulaba; y, en segundo lugar, se descubrió que este vasto Universo es dinámico.

El primer astrónomo que usó el telescopio fue Galileo, con resultados revolucionarios.[443] William Herschel (1738-1822), un reconocido músico alemán, que vivía y trabajaba en Inglaterra y en su tiempo libre observaba las estrellas, diseñó un telescopio que magnificaba 2,010 veces, comparado con una ampliación de solamente 270 veces de otros telescopios. Herschel pretendía medir a qué distancia las estrellas se encuentran de la tierra. Partía del supuesto (inexacto) que todas las estrellas tienen la misma luminosidad *real,* y del principio (correcto) que el brillo *observable* de un objeto disminuye con el cuadrado de su distancia. Una estrella tres veces más lejana que otra, tendría, entonces, un brillo comparativo de 1/9 parte. Herschel expresaba la distancia de las estrellas como múltiplo de la distancia de Sirio. Si bien nadie sabía que tan lejos estaba Sírio, el método permitió observar la distancia *relativa* de las estrellas. La investigación de Herschel arrojó un dato importante, a saber, que las estrellas no están aglomeradas en una esfera, sino en la forma de un disco aplanado, con un eje de 1000 siriómetros y un grosor de 100 siriómetros. Herschel había detectado la forma de nuestra galaxia, la Vía Láctea y su estimación de la relación entre su radio y su grosor era exacta. A partir de este descubrimiento, la comunidad científica asumía (erróneamente) que la Vía Láctea era el Universo observable.

El astrónomo alemán Friedrich Bessel (1784-1846) logró transformar los siriómetros de Herschel en kilómetros. Para este fin, usó el método de la paralaje. Si el lector estira su brazo y ve su dedo y, alternadamente cierra un ojo y luego otro, se dará cuenta que el dedo cambia de lugar relativo al fondo del campo visual. Dado que la tierra está a 150 millones de kilómetros del Sol, la distancia de un extremo de su órbita hasta el otro extremo (transcurrido en medio año) es, necesariamente, 300 millones de kilómetros. Si se observa una estrella desde ambos puntos, veremos un ligero cambio del lugar de esta estrella relativo al fondo de las demás estrellas. Con ayuda de la trigonometría, podemos entonces calcular la distancia absoluta de esta estrella. Bessel descubrió que la estrella llamada Cygni 61 cambiaba 0.6272 arco-segundos de lugar (relativo al fondo) y calculó que su distancia absoluta de la tierra era 10^{14} kilómetros (100 millones de millones de km). Este cálculo fue bastante exacto: hoy sabemos que el error fue solamente de un 10% y que la distancia exacta es de 1.08 10^{14} km, es decir, 11.4 años luz (un año luz es 9.46 millones de millones de km). Esto permitía estimar la distancia de otras estrellas en la Vía Láctea y, en consecuencia, el tamaño de ésta.

El astrónomo francés Charles Messier (1730-1817) había catalogado 103 nebulosas y William Herschel (1738-1822), 2,500. Herschel postulaba que estas nebulosas eran nubes de polvo y gas. En cambio, Emanuel Kant (1724-1804), el gran filósofo de Königsberg (hoy Rusia, en aquel entonces Prusia), postulaba que eran otras galaxias y que el Universo era, por lo tanto, muchísimo más grande que la Vía Láctea. Kant argumentaba que el Universo había de ser infinito y eterno, dado que su Creador era omnipotente. Los dos postulados, de Herschel y de Kant, eran científicos, porque ambos eran refutables. Lo que hacía falta era un método para medir la distancia a estas nebulosas. Lamentablemente, la paralaje no servía para este propósito, dado que éste método solamente sirve para medir la distancia de las estrellas más cercanas.

Sin embargo, había ciertos indicios que sugerían que Kant tenía la razón. El astrónomo irlandés, Sir William Parsons, duque de Rosse (1800-1867), había construido, con su propio dinero, el

[443] Véase la Sección 5

telescopio más grande del mundo, con un espejo que tenía un diámetro de 1.8 metros. El duque de Rosse observó las nebulosas e hizo un dibujo notablemente exacto de la nebulosa M51, que daba la impresión de ser una galaxia en forma de disco que giraba alrededor de su centro. El dibujo se hizo famoso en toda Europa. Otro astrónomo, George Ellery Hale (1868-1938), construyó un telescopio todavía más grande, con un espejo de 2.5 metros, en Mount Wilson, cerca de Pasadena, California, con dinero donado por un empresario multimillonario, el cual empezó a operar en 1917. Hale observó un número mucho mayor de nebulosas que las conocidas hasta este momento, y con más detalle y precisión que antes.

En 1920, dos astrónomos de los EUA se debatían las dos hipótesis, antes propuestas por Herschel y Kant, respectivamente, sobre el tamaño del Universo, en un Congreso de la Academia Nacional de Ciencias, en Washington D.C. Harlow Shapley (1885-1972) argumentaba que las nebulosas eran nubes de polvo y gas, dentro de la Vía Láctea, y Hebert Curtis (1872-1942), que eran galaxias lejanas en su propio derecho. Ambos tenían sus argumentos, pero, a falta de evidencia empírica que podía resolverla la cuestión de la distancia de las nebulosas, tampoco se podía resolver la cuestión de su naturaleza (si eran nubes de polvo y gas, o galaxias). Si eran galaxias, que se veían como si fueran nubes de polvo, habían de estar muy lejos, fuera de la Vía Láctea. Pero, si tenían una distancia que las ubicaba dentro de la Vía Láctea, necesariamente eran nubes de polvo y gas. Podemos sintetizar la teoría sobre el tamaño del Universo, según la lógica popperiana:

La teoría sobre el tamaño del Universo

1. Enunciado universal: la Vía Láctea es el Universo, fuera de ella no hay nada.
2. Enunciado que se deriva del primero: todas las nebulosas son nubes de polvo y gas dentro de la Vía Láctea.
3. Enunciado básico que refuta 2 y, por eso, 1: 'esta nebulosa se encuentra fuera de la Vía Láctea: es una galaxia que se encuentra a una distancia mucho mayor que el tamaño de la Vía Láctea'.
4. Enunciado existencial: existen nebulosas fuera de la Vía Láctea, que realmente son galaxias muy lejanas

Con la verificación del enunciado básico (3), quedaría verificado el enunciado existencial (4) y refutado los enunciados universales (1) y (2). Con la refutación del enunciado básico (3), quedarían corroborados (más no verificados) los enunciados universales (1) y (2). Para verificar o refutar el enunciado básico 3, *hacía falta una medida de distancia absoluta para estrellas lejanas* (que son casi todas), porque la paralaje solamente sirve para algunas estrellas muy cercanas.

John Goodricke (1764-1786), un astrónomo inglés sordomudo, descubrió y observó detenidamente las estrellas con brillo variable. Explicó correctamente que la variación observada en estrellas como Algol se debe al hecho de que una estrella se esconde brevemente detrás de otra. Se trata de una estrella binaria. Durante el eclipse, la luminosidad observada disminuye pasajeramente (unas horas). Pero también descubrió otro tipo de estrella variable que hoy día se conoce como Cefeida variable o, brevemente, Cefeida, como, por ejemplo, Polaris, la estrella del Norte. En estos casos tanto los períodos de brillo mayor como los de brillo menor duran algunos días. El período entero, de

cresta a cresta, puede durar de menos de una semana a más de un mes. Goodricke acertó en afirmar que este fenómeno no se puede explicar por los eclipses de una estrella binaria, pero la ciencia de su tiempo no tenía explicación para el fenómeno. Hoy día sabemos que esta variación de luminosidad se debe a la alternancia de una contracción de la estrella, causada por un colapso gravitacional cuando es menos caliente y una nueva expansión, causada por el recalentamiento de la estrella a partir de un mayor número de reacciones nucleares en su centro (a su vez causadas por la compresión del centro a partir del colapso gravitacional).

A fines del siglo xviii y durante el siglo xix, los observadores astronómicos descubrieron unas 33 Cefeadas de este segundo tipo. John Herschel (1792-1871), hijo de William Herschel, fue el primero en usar la nueva técnica de los daguerrotipos (=placas fotográficas), inventada en 1839 por el artista francés Louis Daguerre (1789-1851), para registrar esta alternancia de luminosidad observada en las Cefeidas. El observatorio de Harvard College empezó, en 1877, un programa intensivo y continuo de fotografía celestial. Entre las colaboradoras femeninas (que eran preferidas por tener más paciencia y disciplina que los hombres) destaca Annie Jump Cannon (1863-1941), sorda al igual que Goodricke. Cannon catalogó unas 5,000 estrellas por mes en el período de 1911 a 1915, especificando su lugar en el firmamento, luminosidad y color. Su trabajo fue la base para el Catálogo de Henry Draper (1837-1882) que clasificaba 225,300 estrellas.

Otra destacada colaboradora del mismo Observatorio, también sorda, fue Henrietta Leavitt (1868-1921), quien descubrió el método para determinar la distancia relativa de las Cefeidas. En un observatorio de Harvard en el hemisferio sur, en Perú, ella observó 25 Cefeidas en la Nube Pequeña de Magallanes y tuvo el acierto de relacionar la duración del período de variación de luminosidad de las Cefeidas con el grado de su luminosidad observada. Para su gran sorpresa apareció una relación estadística lineal perfecta entre ambos fenómenos, es decir, en las palabras de Leavitt: *"existe una simple relación [lineal] entre la luminosidad de las variables y sus períodos."* [444] Dado que todos estas Cefeidas se encontraban cercanas unas de otras, la diferencia entre luminosidad observada no se podía atribuir a diferencias en las distancias, sino en la luminosidad real. En consecuencia, si existen dos Cefeidas con el mismo período, deben de tener la misma luminosidad real, pero si la luminosidad observada de una es 25 veces menor que la de otra, aquella está a una distancia 5 veces mayor que ésta, porque la luminosidad disminuye con el cuadrado de la distancia. Basta conocer la *duración del período,* que nos da el dato de la *luminosidad absoluta* L_r y comparar ésta con la *luminosidad observada* L_o, para derivar la *distancia absoluta* (R).[445]

CUADRO MATEMÁTICO 13.2 Medición de la distancia de una estrella con base en su luminosidad

Una esfera tiene una superficie de $A=4\pi r^2$. Por lo tanto, un observador recibe una luz de una estrella que equivale la luminosidad real de la estrella dividida entre la superficie de la esfera, en donde el radio r de la esfera es la distancia absoluta, es decir:

$$(19)\quad L_o = \frac{L_r}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{L_r}{4\pi L_o}}$$

[444] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 210
[445] John Hawley & Katherine Holcomb, *Foundations of Modern Cosmology* (1998): 270

Por ejemplo, en la tierra, un telescopio con un espejo con radio de 2 metros y, por lo tanto, una superficie de 4π metros cuadrados, recibe una luz con una energía de $4(10^{-8})W$. Por lo tanto, la luminosidad observada por metro cuadrado es:

$$(20)\ L_o/m^2 = 4(10^{-8})W/4\pi m^2 = 10^{-8}W/m^2$$

El período de la Cefeida permite determinar que su luminosidad real es $L_r = 4(10_{30})W$. Por lo tanto, la distancia absoluta es:

$$(21)\ r = \sqrt{\frac{4(10^{30})}{4\pi(10^{-8})/\pi}} = 10^{19}m$$

Una vez calculada la distancia absoluta en $10^{19}m$ y tomando en cuenta que un año luz mide $9.46*10^{15}m$, deducimos que la Cefeida se encuentra a una distancia de 1,057 años luz. Se trata de una estrella relativamente cercana. Ahora faltaba poco para calibrar la escala de distancias relativas de las Cefeidas y transformarlas en distancias absolutas. Un equipo de astrónomos, que incluía a Shapley, lograron determinar, con diversas técnicas, entre ellas la paralaje, la distancia absoluta de una Cefeida cercana. Con este dato quedó determinada la distancia absoluta de todas las demás Cefeidas y de esta manera, las Cefeidas se transformaron en el metro para medir distancias absolutas en el Universo.

Aún con la notable mejora en las observaciones de estrellas lejanas por el *Hubble Space Telescope*, no se pueden detectar Cefeidas más lejos que el grupo de galaxias de Virgo, que se encuentra a una distancia de unos 17 megaparsec (unos 55 millones de años luz). Pero, las distancias encontradas para las Cefeidas observadas por Leavitt, en la Nube Pequeña de Magallanes, no inquietaban a Shapley. Hoy sabemos que la Nube Pequeña de Magallanes es una pequeña galaxia en la periferia de la Vía Láctea, como si fuera parte de ella. Por eso, la distancia absoluta de estas Cefeidas, era perfectamente compatible con la teoría de Shapley de que (el tamaño de) nuestra galaxia es (el tamaño de) nuestro Universo. Shapley había estimado el eje mayor de la Vía Láctea en 300,000 años luz. Hoy sabemos que son 100,000 años luz. Para Shapley, las Cefeidas de Leavitt eran parte de la Vía Láctea, es decir, para él, del Universo.

Fue Edwin Powell Hubble (1889-1953) quien derrumbó la teoría de Shapley. Hubble era el hijo de un abogado de Missouri, en los EUA, pero educado en Oxford, Inglaterra, donde adquirió modales de la aristocracia inglesa a la que admiraba e imitaba. En 1919, Hubble aceptó trabajar en el Observatorio de Mount Wilson, en Pasadena, California, donde ya trabajaba Shapley. Hubble, el astrónomo de modales aristocráticos y Shapley, de extracción humilde, chocaron con cierta frecuencia, tanto por la diferencia en sus modales como por tener posiciones opuestas en el debate sobre las nebulosas y el tamaño del Universo, hasta que Shapley aceptó el puesto de director del Observatorio de Harvard, en 1921.

Hubble logró identificar por primera vez dos Cefeidas dentro de una nebulosa y concluir definitivamente el debate sobre el tamaño del Universo y la naturaleza de las nebulosas. En octubre de 1923, descubrió una Cefeida en la nebulosa de Andrómeda, con un período de 31 días y una luminosidad real 7,000 veces la del sol, y determinó la distancia absoluta en 900,000 años luz (hoy

sabemos que son 2 millones de años luz). Dado que la Vía Láctea, según Shapley, tenía un diámetro de 300,000 años luz (hoy sabemos que son 'nada más' 100,000 años luz), la nebulosa de Andrómeda ha de ser, en realidad, la galaxia de Andrómeda. Hubble comunicó sus resultados en una carta a Shapley, a quien se le cayó el mundo: "*Aquí está la carta que ha destruido mi Universo.*"[446] Hubble descubrió una segunda Cefeida en Andrómeda que confirmaba sus primeros resultados, y los publicó en 1924. Hubble había presentado la evidencia empírica que permite verificar el enunciado básico arriba referido: '*esta nebulosa se encuentra fuera de la Vía Láctea: es una galaxia que se encuentra a una distancia mayor que el tamaño de la Vía Láctea*'. Con eso quedaron refutados los dos enunciados universales de la teoría de Herschel y Shapley: 1) *la Vía Láctea es el Universo, fuera de ella no hay nada* y 2) *todas las nebulosas son nubes de polvo y gas dentro de la Vía Láctea.* En efecto, hoy día sabemos que algunas nebulosas sí son nubes de polvo y gas dentro de nuestra galaxia, pero la inmensa mayoría son galaxias lejanas.

Sección 13.4. Los hechos deciden entre las teorías del Universo estático o dinámico

Poco tiempo después de resolver, con sus observaciones de Cefeidas en Andrómeda, la disputa sobre el tamaño del Universo observable, a favor de la teoría de Kant-Curtis, Hubble hizo otro descubrimiento, más trascendental todavía, que resolvió la disputa entre la teoría de Friedmann-Lemaître, por un lado, y la de Newton-Einstein, por otro lado, a favor de la primera. Para entender este punto, hemos de recordar lo dicho sobre la transformación de Lorentz de la longitud de onda de la luz, y el corrimiento hacia el rojo del espectro de luz cuando objetos se alejan de nosotros a grande velocidad, explicados en la Sección 12.1.

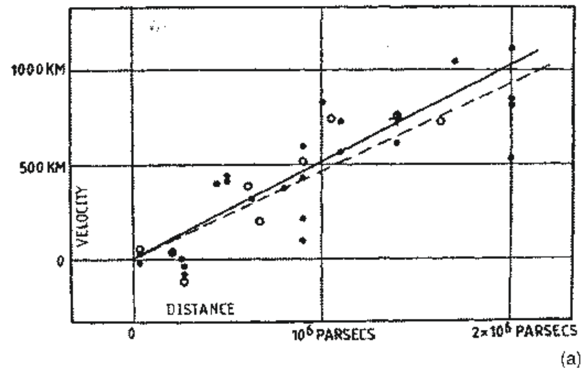
Cuando Shapley y Curtis discutían sus respectivas teorías (véase arriba), ya se sabía que la mayoría de las 'nebulosas' mostraban un corrimiento hacia el rojo. Vesto Slipher (1875-1969), un astrónomo de los EUA, aplicó, en 1912, la fórmula del efecto Doppler no-relativista a la 'nebulosa' de Andrómeda que mostraba un corrimiento hacia el azul y calculó que se acercaba a la tierra con una velocidad de 125 millas por segundo. Hoy sabemos que Andrómeda y la Vía Láctea son dos galaxias atrapadas en un solo campo gravitacional, así como la Tierra y la Luna, de modo que Andrómeda a veces se acerca, y a veces se aleja y los últimos (millones de) años se está acercando. En 1922, Slipher publicó los resultados de una investigación demostrando que 36 nebulosas de una muestra de 41 nebulosas mostraban un corrimiento hacia el rojo. Pero, nadie relacionó estos resultados con la teoría de Friedmann, para corroborarla.

Hubble y Milton Humason (1891-1972) graficaron la velocidad de recesión de galaxias —en el eje vertical—, contra su distancia absoluta —en el eje horizontal—. Hubble y Humason descubrieron una relación lineal entre el corrimiento hacia el rojo y la distancia absoluta de una galaxia. Los primeros resultados, con base en la observación de unas 20 galaxias cercanas (de 0 a 7 millones de años luz) fueron publicados en 1929 y establecen la relación entre velocidad de recesión (eje vertical) y distancia en parsecs (eje horizontal).

---

[446] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 225

Gráfica. La primera gráfica original de Hubble y Humason de 1929



En una nueva publicación de 1931, Hubble y Humason añadieron 8 galaxias con distancias de 7 a unos 100 millones de años luz. Estas observaciones confirmaron, de manera contundente, la hipótesis de la relación lineal entre velocidad de recesión y distancia absoluta. De estas observaciones se deriva la 'ley de Hubble' que afirma que la velocidad de recesión (v) de una galaxia equivale el producto de la distancia de la galaxia a la Tierra (r) y la constante de Hubble (H).

cuadro matemático 13.3 La ley de Hubble

Recordemos que la velocidad de expansión v_{ex} es igual a la velocidad de recesión v y la distancia d es igual a r:

$$(22)\quad H = \frac{v_{ex}}{d} \Rightarrow v_{ex} = Hd \underset{d=r}{\Longrightarrow}$$

$$(23)\quad v = Hr \ \text{(unidades } km/s\text{)}$$

De (23) se deduce:

$$(24)\quad H = \frac{v}{r} = \frac{\dot{r}}{r} \ \text{(unidad } s^{-1}\text{)}$$

De (24) se obtiene t, la edad del Universo:

$$(25)\quad t = \frac{r}{v} = \frac{1}{H} \ \text{(unidad } s\text{)}$$

Este tiempo t es la edad del Universo desde el *Big Bang*. Las mediciones de Hubble y Humason padecieron de algunos errores sistemáticos en la medición, algunos no tan serios y otros, con consecuencias serias. En primer lugar, para derivar la velocidad de recesión usaron la fórmula no relativista del corrimiento hacia el rojo. Aunque este procedimiento no es correcto, sin embargo, no arroja errores grandes para z<0.1. Si el lector consulta las dos fórmulas arriba reproducidas, verá que la fórmula no-relativista para un corrimiento de $z = 0.1$:

$$(26)\quad z = \frac{v}{c} = 0.1 \Rightarrow v = 0.1c,$$

es decir 10% de la velocidad de la luz.

Pero, la fórmula relativista da el siguiente resultado:

$$(27)\quad 1.1 = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \Rightarrow 1.21 = \frac{1+v/c}{1-v/c} \Rightarrow 2.21\frac{v}{c} = 0.21 \Rightarrow v = \frac{0.21}{2.21}c \cong 0.095c\ ,$$

es decir el 9.5% de la velocidad de la luz.

La diferencia entre los resultados relativistas y no-relativistas, de las ecuaciones (26) y (27), es apenas el 5.2%.

Las mediciones de Hubble y Humason padecieron de algunos errores sistemáticos en la medición, algunos no tan serios y otros, con consecuencias serias. En primer lugar, para derivar la velocidad de recesión usaron la fórmula no relativista del corrimiento hacia el rojo. Ahora bien, la máxima velocidad de una galaxia, registrada por Hubble y Humason, a una distancia de 100 millones de años luz, fue de 20,000 km/s, es decir, el 6.7% de la velocidad de la luz. A estas bajas velocidades, la diferencia entre los resultados relativistas y no-relativistas no es importante. El margen de error sistemático, por este concepto, era menos del 5% y no afectaba la verdad de las conclusiones de su investigación.

Pero, en la medición de las distancias absolutas de las galaxias, el error fue mucho mayor. En aquel entonces no se sabía que hay dos clases de Cefeidas. Hubble observó en algunas galaxias Cefeidas tipo I, que son mucho más brillantes que las de tipo II, usadas por Leavitt y Shapley para calibrar su escala de distancia absoluta. Las Cefeidas tipo I son 4 veces más luminosas que las de tipo II. Por esto, Hubble subestimó la distancia de las galaxias con Cefeidas tipo I en un factor 2. Para galaxias más lejanas (más de 10 millones de años luz), el método de las Cefeidas ya no servia (hoy, con el HST sirve hasta 50 millones de años luz). Por eso, Hubble tuvo que hacer estimaciones aproximadas con base en ciertos supuestos, a saber, para distancias intermedias, que la luminosidad absoluta de las estrellas más luminosas de diferentes galaxias no es variable y, para distancias mayores, de que la luminosidad absoluta de galaxias de cierto tipo tampoco es variable. Este cúmulo de errores de medición tuvo consecuencias. Al observar galaxias con una velocidad de recesión alta, aparentemente tan cercanas, Hubble sobreestimó el valor de la constante de Hubble y subestimó la edad del Universo.

CUADRO MATEMÁTICO 13.4 La edad del Universo según Hubble

Hubble calculó el valor del constante de Hubble en 558 km/s/Mpc. Hubble calculó, con la fórmula arriba dada, la edad del Universo:

(28) t = 1 / H = (1 / 558) km / s / Mpc = 1 Mpc / (558 km/s)

Dado que un Megaparsec (=Mpc) es 3.26 10^6 años luz y un año luz es 9.46 10^{12} km y un año contiene 31,536,000 segundos, se sigue que la edad del Universo, según Hubble era:

(29) t = (3.26 10^6) (9.46 10^{12}) / (31.536 10^6 558) s = 1.75 mil millones de años

La conclusión de Hubble sobre la edad del Universo *erró en un 85%*. Los errores de medición de Hubble dieron a los opositores del modelo del *Big Bang* un poderoso argumento, a saber, que la investigación geológica daba para algunas formaciones rocosas de la Tierra una edad de 3.4 mil millones de años, un resultado absolutamente incompatible con la supuesta edad del Universo de 1.8 mil millones de años..... Estos errores no se descubrieron sino hasta 1948. Este año, Walter Baade (1893-1960) hizo observaciones más precisas, con un nuevo telescopio de 200 pulgadas (5 metros), instalado en Mount Wilson y descubrió que existen dos tipos de Cefeidas que Hubble había confundido, distorsionando de esta manera la escala de medición de distancias absolutas.[447]

El valor empírico de la constante Hubble por mucho tiempo no se estimaba bien por falta de observaciones precisas y "*su valor fue objeto de considerable controversia por muchos años*." [448] El primero, después de Hubble, de hacer una estimación seria, fue Allan Sandage.[449] Pero, se topó con la paradoja de que $H_0 = 75 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$, lo que resultaba en una edad del Universo de $t_0 = 7.42$ mil millones de años, mucho menor que la edad estimada de los galaxias globulares, cuya edad se estimaba en $t_{glob} = 15$ mil millones de años. Para salir del hoyo, Sandage sugirió un valor positivo de la constante cosmológica $\lambda > 0$, lo que resultaría en un factor de desaceleración negativa, $q_0 < 0$, pero concluyó que las incertidumbres en la estimación de los parámetros cosmológicos eran demasiado grandes para poder decidir entre diferentes modelos cosmológicos.

CUADRO MATEMÁTICO 13.5 Evolución de la estimación de la edad del Universo

En los años 70s y 80s, las estimaciones de diferentes astrofísicos variaban de $50 < H_0 < 80 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$.[450]
En 1994, Edward Kolb y Michael Turner daban la siguiente cruda estimación:[451]

$$(30)\ (0.4 \le h \le 1) \Rightarrow t_a = \frac{1}{H_0} = 9.7776 * 10^9 \frac{1}{h} \Rightarrow 9.7776 * 10^9 \le t_a \le 24.444 * 10^9 \text{ años.}$$

Todavía en 1997, Neil Turok editó una obra, en donde Wendy Freedman estimaba que

(31) $H_0 = 73 \pm 10 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$ (nota 452)

y Allan Sandage y Gustav Tammann:

(32) $H_0 = 55 \pm 10 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$ (nota 453)

---

[447] Walter Baade, "A revision of the extra-galactic distance scale", en: *Transactions of the International Astronomical Union,* vol. 8 (1952): 397-398
[448] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 343
[449] Allan Sandage, "The ability of the 20-inch telescope to discriminate between selected world models", en: *Astrophysical Journal,* vol. 133 (1961): 355-392 & *The Hubble Atlas of Galaxies* (1961)
[450] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006):344
[451] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 503
[452] Wendy Freedman, "Determination of the Hubble Constant", en: Neil Turok ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 92-129
[453] Allan Sandage y Gustav Tammann, "The evidence for the Long Distance Scale with $H_0 < 65$", en: Neil Turok ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 130-155

y Tripp y Branch estimaron, en 1999:

(33) $H_0 = 63 \pm 10 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$(nota 454)

Observaciones precisas del *Hubble Space Telescope* han reivindicado la estimación de Freedman y otros 14 astrofísicos de 2001,[455] al dar la siguiente estimación:

(34) $H_0 = 72 \pm 8 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$,

y esto daría (sin tomar en cuenta el valor de Ω) una edad del Universo de

(35) $t_0 = H_0^{-1} = 13.98 \ \pm 10\%$ mil millones de años

Si tomamos la edad del Universo como una función de omega y de la constante de Hubble,[456] a saber, $\Omega_m = 0.28$ y $H_0 = 4.408 * 10^{17} \ s$, la edad sería

(36) $t_0 = (H_0^{-1}) \dfrac{2}{3\sqrt{1-\Omega_m}} \ln\left[\dfrac{\sqrt{1-\Omega_m}+1}{\sqrt{\Omega_m}}\right] \approx 13.74$ mil millones de años,

lo que hoy se acepta como la estimación más confiable de la edad del Universo. Pero, tomando en cuenta el margen de error de H_0 y Ω_0, obtenemos la siguiente estimación de la edad del Universo:

(37) $15.59 > t_0 > 12.13$ mil millones de años

Hubble nunca se interesó por las implicaciones teóricas de sus observaciones. No quiso ir más lejos que la presentación de los resultados de sus observaciones. Sin embargo, los resultados de Hubble corroboraron los enunciados principales de la teoría de Friedmann-Lemaître. En su ensayo de 1927, Lemaître no solamente había propuesto su modelo del *Big Bang*, sino ¡había predicho que las galaxias están alejándose de nosotros con velocidades proporcionales a su distancia!, tal como Hubble observaría unos años después! *Cuando una teoría científica predice fenómenos nunca observados, que después se observan en la realidad, la teoría queda fuertemente corroborada*.

Einstein que ya había leído las publicaciones de Hubble y Humason, visitó Mount Wilson en febrero de 1931. Hubble y Humason le enseñaron las placas fotográficas con las pruebas del corrimiento hacia el rojo de la luz de galaxias lejanas. Acto seguido, Einstein habló a los periodistas reunidos en la biblioteca del Observatorio, renunciando a su propio modelo estático del Universo y aceptando como correcto el modelo dinámico del Universo en expansión de Friedmann y Lemaître. Einstein afirmó después que la constante cosmológica fue su error más grande. En su libro *Einstein's Mistakes*, Ohanian demuestra que esto no es correcto. Einstein cometió otros errores, mucho más graves, en total más de 20.[457] Pero, la constante cosmológica no fue ni es uno de estos errores, más bien es una teoría especulativa.[458] El verdadero error de Einstein en este episodio no fue la constante cosmo-

[454] Robert Tripp & David Branch, "Determination of the Hubble Constant Using a Two-Parameter Luminosity Correction for Type Ia Supernovae", en: *The Astyrophysical Journal* vol. 525 (1999): 209-214
[455] Wendy Freedman *et al*., "Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant", en: *Astrophysical Journal,* vol. 533 (2001): 47-72, reportaron $H_0 = 70 \pm 7 kms^{-1}Mpc^{-1}$
[456] Ecuación de Mario Hamuy en www.das.uchile.cl/~mhamuy/courses/AS42A/capitulo5.html
[457] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008)
[458] Véase la Sección 15

lógica, sino *el no haber caído en la cuenta de que el equilibrio entre gravitación y repulsión es inestable, tan inestable como un lápiz que se balancea sobre su punta en una mesa*. La más mínima perturbación destruirá este equilibrio, y a partir de este momento, un Universo inicialmente estable ó se expandirá para siempre en forma acelerada; ó colapsará, también en forma acelerada. Físicamente hablando, un Universo estático no es posible. Einstein cometió exactamente el mismo error que Newton.[459] Es irónico que los dos físicos más famosos y revolucionarios de la historia en el tema de la gravedad, no se percataran de este error de física elemental en su teoría gravitacional.

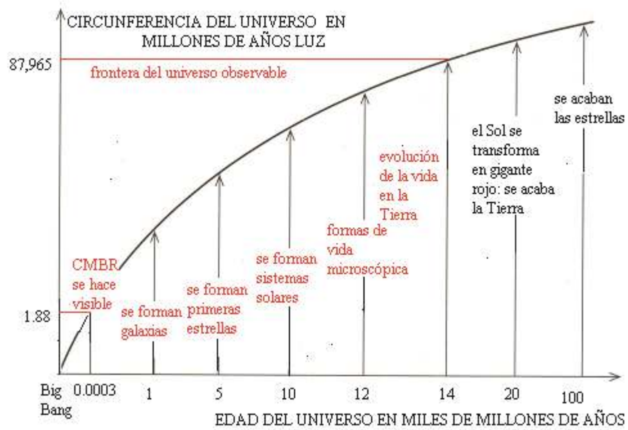
También Sir Arthur Eddington (1882-1944), pacifista cuáquero y astrónomo ingles y una de las pocas personas con una plena comprensión matemática de la teoría general de relatividad de Einstein, rectificó. Eddington había recibido e ignorado una carta de Lemaître de 1927, en la cual Lemaître le había enviado su reciente publicación, en donde derivaba el modelo dinámico del Universo de las ecuaciones de Einstein. Ahora que las observaciones de Hubble alcanzaron las primeras planas de los periódicos, Lemaître volvió a escribirle a Eddington y éste mandó una carta, en junio de 1930, a la prestigiosa revista *Nature* en la cual atrajo la atención de la comunidad científica a la obra de Lemaître de hace tres años. Además, Eddington tradujo la obra de Lemaître, escrita en francés, al inglés y la publicó en las *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* A partir de 1930, Lemaître dio conferencias en todo el mundo y recibió numerosos premios internacionales. En 1933 se encontró con Einstein en un Seminario sobre las observaciones de Hubble y el modelo del *Big Bang*, en Pasadena, California. Del mismo Einstein que seis años antes había calificado la física de Lemaître como 'abominable', Lemaître recibió allí esta alabanza: "*Ésta es la explicación más bella y satisfactoria de la creación que jamás he escuchado.*" [460]

Sección 13.5. Breve historia de la expansión del Universo a partir del *Big Bang*

La teoría del *Big Bang* y de la expansión del Universo ha suscitado algunas especulaciones sobre algunas etapas tempranas de la historia del Universo, que a continuación resumiré brevemente. A diferencia de la historia humana, cuya reconstrucción depende del los registros de testigos oculares que ya murieron y de objetos antiguos cuya edad se determina, por ejemplo, con el método de ^{14}C, nosotros mismos, por extraño que parezca, somos testigos oculares de la historia del Universo. Esto se debe al hecho, que, mientras más alejados —en el espacio— de nosotros se encuentran los fenómenos y objetos cósmicos, más alejados están también en el tiempo. Si bien, los registros electromagnéticos viajan con la velocidad de la luz, el Universo es tan inmenso, que llegan hasta nosotros ondas electromagnéticas de todas las épocas pasadas del Universo. Además, al igual que en la historia humana, podemos observar objetos cuyo origen se encuentra en un pasado muy remoto, por ejemplo, hoy observamos en todo el Universo elementos ligeros, a saber, hidrógeno (protones), deuterio, helio, e isótopos de berilio y litio, cuyos núcleos fueron producidos en los primeros quince minutos del Universo. Presento el siguiente esquema, indicando con rojo los objetos directamente observables:

[459] Véase la Sección 7, al final
[460] Citado en Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 276

Gráfica. El Universo observable



Los astrofísicos han mostrado un interés especial en los primeros minutos del Universo. Como esta época no se puede observar directamente, primero Alpher y Herman y después Weinberg y Allday llevaron a cabo una reconstrucción hipotética.[461] Distingo ocho etapas.

1. Se supone que el Universo empezó como algo muy pequeño, muy caliente y muy denso que se expandió muy rápidamente. De lo que realmente pasó en el tiempo que va de $t = 0$ a $t = 10^{-43}$ segundos, según Weinberg, nada se puede decir:

> *"No sabemos aún lo suficiente sobre la naturaleza cuántica de la gravitación, ni siquiera para especular inteligentemente acerca de la historia del Universo anterior a este tiempo. Podemos hacer una tosca estimación de que la temperatura de 10^{32} grados K se alcanzó unos 10^{-43} segundos después del comienzo, pero realmente no está claro que tal estimación tenga algún significado. Así cualesquiera que sean los otros velos que podamos levantar, hay uno concerniente a la temperatura de 10^{32} K que aún oscurece nuestra visión de los tiempos primogénitos"*[462]

Afirma Barrow que ni siquiera tenemos una teoría para reconstruir esta etapa hipotéticamente:

> *"Supongamos que tenemos toda la masa del Universo visible y determinamos su longitud de onda cuántica. Podemos preguntar cuando esta longitud de onda del Universo visible excede su tamaño. La respuesta es: cuando el tamaño del Universo es más pequeño que la longitud de Planck (10^{-33} cm), su edad menor que el tiempo de Planck (10^{-43} s) y su temperatura mayor que la de Planck (10^{33} K). Las unidades de Planck marcan la frontera de la aplicabilidad de nuestras teorías actuales. Para entender cómo era el mundo cuando su tamaño era menor que la longitud de Planck, necesitamos comprender cómo la indeterminación cuántica*

---

[461] Ralph Alpher, James Follin & Robert Herman, "Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe," en *Physical Review,* vol. 92 (1953): 1347-1361; y Steven Weinberg, *Los tres primeros minutos del Universo* (1977); Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang. Second edition* (2002): 244-266
[462] Steven Weinberg, *Los tres primeros minutos del Universo* (1977): 125

> *se involucra con la gravedad. (...) Las constantes de la naturaleza marcan la frontera de la ciencia actual y demuestran cuál es el límite, más allá del cual nuestras teorías pierden el contacto con la realidad"*[463]

Me explico. Un supuesto de la física cuántica es que existen cantidades mínimas de tiempo, de tamaño y masa que no pueden subdividirse más. Son las llamadas unidades de Planck. Si vemos un reloj, una flecha indica las horas, otra los minutos y otra los segundos. Existen cronómetros que miden décimos o centésimos de segundos. Esta subdivisión llega a un límite, que es la unidad mínima del tiempo de Planck: $t = 5.3 * 10^{-43}$ segundos. En el caso de la temperatura es al revés, existe una unidad máxima.

CUADRO MATEMÁTICO 13.6 Las principales unidades de Planck

Las principales unidades de Planck son:[464]

a. masa de Planck: $m = 2.1 * 10^{-5}$ gramos = $2.1 * 10^{-8}$ kilogramos
b. longitud de Planck: $l = 1.6 * 10^{-35}$ metros
c. tiempo de Planck: $t = 5.3 * 10^{-43}$ segundos
d. temperatura de Planck: $T = 2.5 * 10^{32}$ grados Kelvin
e. constante de Planck: $h \;\; 6.6260755 * 10^{-34} Js = kgm^2 s^{-1}$

$$\hbar = h/2\pi = 1.0546 * 10^{-34} Js$$

De estas constantes, tres son muy importantes en la reconstrucción del primer segundo de la historia del Universo, a saber, la longitud, el tiempo y la temperatura de Planck. Según Smoot, las teorías físicas actuales no permiten ver detrás del velo, marcado por estas tres constantes, cuando el Universo era más joven que $t = 5.3 * 10^{-43}$ segundos; más pequeño que $l = 1.6 * 10^{-35}$ metros; y más caliente que $T = 2.5 * 10^{32}$ grados Kelvin: "*Una 10^{-42} parte de un segundo después del Big Bang —el momento más temprano de que se tiene sentido hablar— el Universo que hoy observamos era del tamaño de una mínima fracción de un protón.*" [465] Smoot llama a esta etapa de $t = 0$ a $t = 10^{-43}$, la "*época de gravedad cuántica*", "*cuyas leyes de física son desconocidas*".[466]

II. De los 10^{-43} a los 10^{-34} segundos, *la temperatura fue bajando de 10^{32} a 10^{27} grados Kelvin*. El Universo fue energía pura. Tres de las cuatro grandes fuerzas del Universo estaban todavía unificadas, a saber la fuerza nuclear fuerte, la fuerza nuclear débil y la fuerza electromagnética. La fuerza gravitacional no estaba unida a estas tres fuerzas. Esto es todo lo que podemos inferir de esta época.

III. De los 10^{-34} a los 10^{-10} segundos, *la temperatura fue bajando de 10^{27} a 10^{15} grados Kelvin*. Se diferenciaron las fuerzas nuclear fuerte, por un lado, y la fuerza nuclear débil y la fuerza electromagnética

---

[463] John Barrow, *The Constants of Nature* (2002): 43
[464] Roger Penrose, *The Road to Reality* (2005): 716
[465] George Smoot & Keay Davidson,, *Wrinkles in Time* (1993): 283
[466] George Smoot & Keay Davidson,, *Wrinkles in Time* (1993): 150-151

—todavía unificadas—, por otro lado. En cuanto materia, se especula que abundaban quarks y anti-quarks. Como estas partículas elementales, hasta la fecha, no se han podido observar, ni siquiera en los aceleradores de partículas más potentes, y rompen además con la regla de que las cargas son números enteros, la realidad de las mismas sería dudosa, si no existiera evidencia indirecta.[467] Sin embargo, como constructo matemático, el concepto de quarks es sumamente útil. Además de los quarks, abundaban en esta época del Universo los fotones muy energizados, los electrones y positrones y otras partículas y anti-partículas que mutuamente se aniquilaban.

iv. De los 10^{-10} a un segundo, *la temperatura fue bajando de 10^{15} a 10^{10} grados Kelvin*. Se separaron la fuerza nuclear débil y la fuerza electromagnética. El proceso de mutua aniquilación de materia y anti-materia había concluido, dejando un sobrante de una mil millonésima parte de materia que constituye el total de la materia hoy existente. La materia se organizó como *protones y neutrones*, a partir de los especulativos quarks. Alpher y Herman concibieron la generación de protones y neutrones en el *Big Bang* en dos etapas. Primero, fotones muy energéticos producen protones y anti-protones y neutrones y anti-neutrones, y vice-versa, es decir, existe una etapa de lo que Alpher y Herman llamaron la 'interconversión' de radiación y materia.[468] La razón de bariones y fotones que resultó de esta interconversión fue estimada por Kolb y Turner, en su tratado de 1990 sobre el Universo temprano, en $4*10^{-10} < \eta = \frac{n_B}{n_\gamma} < 7*10^{-10}$ (nota 469). Este número nos da la abundancia *relativa* de bariones, no la absoluta.

Según Alpher, después de la etapa de la 'interconversión' de radiación y materia, siguió una etapa de 'interconversión' de protones y neutrones, es decir, los neutrones y protones se mantuvieron en equilibrio termodinámica por medio de algunas interacciones, como se puede apreciar en el siguiente cuadro matemático.[470]

CUADRO MATEMÁTICO 13.7 **LA INTERCONVERSIÓN DE RADIACIÓN Y MATERIA Y LA INTERCONVERSIÓN DE NEUTRONES Y PROTONES**

La *'interconversión' de radiación y materia* es:

(38) $\gamma + \gamma \leftrightarrow p + \bar{p}$

(39) $\gamma + \gamma \leftrightarrow n + \bar{n}$

y el campo de radiación genera también pares de electrones y positrones:[471]

(40) $\gamma + \gamma \leftrightarrow e^- + e^+$

---

[467] Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 167-180; véase también el Apéndice VII de este libro, *El modelo estándar*

[468] Ralph Alpher, James Follin & Robert Herman hablan de "*interconversion of matter and radiation*" y "*matter- radiation interconversion*", en "Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe," en *Physical Review,* vol. 92 (1953): 1347-1361; también Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 244-266

[469] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 16, 127

[470] Véanse Ralph Alpher, James Follin & Robert Herman, "Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe," en *Physical Review,* vol. 92 (1953): 1354-1358.

[471] Fred Hoyle & Roger Tayler, "The mystery of the cosmic helium abundance," en: *Nature*, vol. 203 (1964): 1108-1110

Luego sigue *la interconversión de neutrones y protones*:[472]

(41 A) $n + e^{+} \rightarrow p + \bar{\nu}_e$

(41 B) $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^{+}$

(42 A) $n + \nu_e \rightarrow p + e^{-}$

(42 B) $p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$

(43 A) $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e$

(43 B) $p + e^{-} + \bar{\nu}_e \rightarrow n$

Se especula que, cuando un neutrón decae, un quark *down* decae en un quark *up*:

(44) $udd \rightarrow uud + e^{-} + \bar{\nu}_e$

Se puede sintetizar esta interconversión de neutrones y protones en dos interacciones:[473]

(45) $n + e^{+} \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e$ y

(46) $n + \nu_e \leftrightarrow p + e^{-}$

La relativa abundancia de neutrones y protones en equilibrio químico se calcula de la siguiente manera:[474]

(47) $n/p = X_n / X_p = (n_n / n_N)/(n_p / n_N) = \exp[-(m_n - m_p)/T + (\mu_e - \mu_\nu)/T]$

en donde $n_N = n_n + n_p + \sum_i (An_A)_i$, A es el número de masa del núcleo del elemento, Z el número de protones, y $A - Z$ el número de neutrones, m_p la masa del protón, m_n la masa del neutrón, $(m_n - m_p) = 1.293 MeV$ es la diferencia entre ambas masas, $(\mu_e - \mu_\nu) = (\mu_n - \mu_p)$ las diferencias entre los potenciales químicos de las respectivas partículas, y T la temperatura en el momento de alcanzar el equilibrio químico. Con base en la ecuación (47) obtendremos la fracción de masa del helio, Y (nota 475) en el momento de la núcleosíntesis de helio, que veremos más adelante:

(48) $Y = \frac{4 n_4}{n_N} \cong \frac{4(n_n/2)}{n_n + n_p} = \frac{2(n/p)_{NUC}}{1 + (n/p)_{NUC}} \cong 27.45\%$ si $n/p = 1/7$

En 1953, Alpher y Herman calcularon la razón de la relativa abundancia de protones y neutrones en el *Big Bang*, partiendo de una vida media del neutrón de 12.8 minutos, en $4.5 \leq (N_{pro}/N_{neu}) \leq 6.0$.[476]

[472] Véase, Jeremy Bernstein, *The Kinetic Theory in the Expanding Universe* (1988): 109; Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 89. Alpher publica $n + \nu \rightarrow p + e^{+}$, pero por el contexto se sobreentiende que se debe leer $n + \nu \rightarrow p + e^{-}$.

[473] Véanse Fred Hoyle & Roger Tayler, "The mystery of the cosmic helium abundance," en: *Nature*, vol. 203 (1964): 1108-1110; Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 262; Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 322; y John Barrow & Frank Tipler, *The Anthropic Cosmological Principle* (1986): 398. Michael Barnett *et al*., *The Charm of Strange Quarks* (2000): 162. Barrow escribe mal la interacción (10) como $n + e^{+} \leftrightarrow p + \nu_e$ haciendo caso omiso del hecho de que se trata de un anti-neutrino $\bar{\nu}_e$.

[474] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 88-89

[475] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 95

[476] Ralph Alpher, James Follin & Robert Herman, "Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe," en *Physical Review,* vol. 92 (1953): 1357-1358

En 1977, Steven Weinberg estimó esta razón en $(N_{pro}/N_{neu}) \cong 6.7$, es decir, 13 por ciento de neutrones y 87% de protones.[477] Kolb y Turner estimaron en 1990 la razón de neutrones y protones en el momento de que termina la interconversión de ambos y se 'congelan' los números (*freeze-out*) en $(n/p)_{freeze-out} \cong 1/6$. Por el decaimiento de los neutrones, esta razón disminuyó hasta $(n/p) \cong 1/7$, que fue el momento cuando por la núcleosíntesis de helio los neutrones restantes quedaron 'atrapados' en los núcleos de helio.

Después de la generación de protones y neutrones, en el momento $t = 0.01s$, la temperatura era de $10^{11}K$ y la densidad de energía del Universo $21*10^{44}eV$ *por litro*, algo así como *3.8 mil millones de kilogramos por litro*. En este momento, la circunferencia del Universo, según Weinberg, tal vez haya sido "*unos cuatro años luz.*"[478] Esto implica un radio de unos 0.64 años luz. Esta estimación implica que la velocidad de expansión del Universo, durante el primer centésimo de segundo, fue *dos mil millones veces más rápida que la velocidad de la luz*!

v. De un segundo hasta los tres minutos, *la temperatura fue bajando de* 10^{10} *a* 10^{9} *grados Kelvin*. Los neutrinos se diferenciaron de la materia y los electrones y positrones se aniquilaron, dejando un sobrante de electrones, igual a la cantidad de protones. La radiación cósmica de fondo se desacopló de la materia, pero esta radiación todavía no era visible, porque los fotones chocaban continuamente con diferentes partículas y el Universo era opaco. La razón de neutrones y protones bajó un poco, por el simple hecho de que, por un lado, el neutrón es más masivo que el protón, de modo que el neutrón decae en el protón (véanse las ecuaciones 41 A, 42 A y 43 A), y, por otro lado, la temperatura había bajado al punto que ya no se daba el camino de regreso, a saber la transformación de protones en neutrones (véanse las ecuaciones (41 B), (42 B) y (43 B). Se habrían acabado los neutrones, si no se hubieran iniciado, al final de este período, las reacciones nucleares, generando núcleos de átomos todavía *inestables*, atrapando los neutrones.[479]

vi. De los tres minutos hasta los 15 a 20 minutos, aproximadamente, cuando la temperatura iba bajando de 1000 a 100 mil millones de grados Kelvin, aproximadamente, el Universo se transformó en una gigantesca bomba de hidrógeno, con un radio de casi un año luz, produciendo sobre todo núcleos de helio,[480] quedándose, desde luego, una gran cantidad de hidrógeno que no se fusionó. El descubrimiento de la producción de helio en el *Big Bang* fue hecho por Gamov, Alpher y Herman, como veremos a continuación.

George Gamov (1904-1968), físico ruso quien conoció en 1923, en Leningrado, el trabajo de Friedmann, escapó en 1933 con su mujer de la Unión Soviética, para dedicarse a la investigación cosmológica en la Universidad de George Washington en los EUA. Gamov no estaba satisfecho con el modelo de Lemaître de la escisión nuclear repetida del súper-átomo primitivo. La razón es que tanto la fusión como la fisión nuclear generan en última instancia núcleos que se encuentran a medio

---

[477] Steven Weinberg, *Los primeros tres minutos del Universo* (1977): 98
[478] Steven Weinberg, *Los primeros tres minutos del Universo* (1977): 94
[479] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 16
[480] Véase Jeremy Bernstein, *The Kinetic Theory in the Expanding Universe* (1988): chapter 9

camino en la tabla periódica de los elementos de Mendeleev, llegando desde abajo (la fusión) o arriba (la fisión) al hierro (con 26 protones y 30 neutrones) que es sumamente estable. No hay manera, realmente, de llegar por medio de la fisión repetida, como sugirió Lemaître, de un átomo súper-pesado a abundantes cantidades de elementos ligeros como helio y hidrógeno.

Gamov se dio cuenta que, si bien no sirve la fisión, tampoco alcanza la fusión nuclear en el centro de las estrellas a generar los volúmenes de helio que se observan en el Universo. Las estimaciones actuales no difieren mucho de los valores considerados por Gamov, a saber, por cada 10,000 átomos de hidrógeno, existen 1,000 átomos de helio, 6 átomos de oxígeno, un átomo de carbono y menos de un átomo de todos los demás elementos. Con la velocidad con que se produce helio en el corazón de las estrellas, tomaría 27 mil millones de años para producir la cantidad de helio observable en el Universo.[481] La conclusión es ineludible: la mayor parte del helio debe haberse producido en el *Big Bang*, antes de la formación de las estrellas.

Gamov, quien no era bueno en matemáticas, recibió ayuda de Ralph Alpher y Robert Herman, un estudiante nacido en 1921. Éstos se dieron cuenta que existe solamente una ventana de unos 15 minutos en la evolución del Universo, poco después del *Big Bang*, en donde se habría podido producir helio. Arriba de millones de millones de grados las partículas viajan demasiado rápidamente para poder fusionarse y debajo de unos millones de grados, esta velocidad ya es demasiado baja para 'pegar'. Es que los protones tienen que acercarse mucho y a suficiente velocidad, para que la fuerza nuclear fuerte (que une los bariones en el núcleo) supere la repulsión electromagnética de las cargas positivas. Otro límite de este tiempo crítico es la vida media de un neutrón, de solamente unos 11 minutos. Después de años de calcular y checar sus datos, publicaron en abril de 1948 un artículo en la revista *Physical Review,* que demostraba matemáticamente que el modelo del *Big Bang* producía hidrógeno y helio en las mismas proporciones que se observaban en la actualidad. Gamov era muy bromista y quedó encantado con la idea graciosa de publicar el artículo con la autoría de Alpher, Bethe, Gamov (semejante a alpha, beta, gama), lo que no agradó a Alpher y Herman.[482] La relativa abundancia de helio fue estimada por Alpher y Herman, en 1953, en 9 a 12.5% de helio y 91 a 87.5% de hidrógeno.[483]

En 1964, Hoyle y Taylor la calcularon en 12.3% y 87.7%, respectivamente ($He/H \cong 0.14$).[484] En un estudio clásico de 1974, Wagoner, un astrofísico de los EUA, no solamente calculó la abundancia de helio primordial —en 22 a 32%—, sino, además, las relativas abundancias de todos los elementos e isótopos ligeros producidos por la núcleosíntesis poco después del *Big Bang* y las comparó con las observadas actualmente en el Universo.[485] En 1994, Prantzos y otros estimaron la relativa abundancia de helio con mayor precisión, en 22.0 a 23.7%.[486] Y en 2007, los Peimberts y sus colaboradores calcularon que la abundancia de helio primordial en el Universo es de 24.77%,[487] lo que deja una

---

[481] Simon Singh, *Big Bang. The Origin of the Universe* (2004): 310

[482] Ralph Alpher, Hans Bethe y George Gamov, "The Origin of Chemical Elements," en: *Physical Review,* vol. 73 (1948): 803-804

[483] Ralph Alpher, James Follin & Robert Herman, "Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe," en *Physical Review,* vol. 92 (1953): 1358

[484] Fred Hoyle & Roger Tayler, "The mystery of the cosmic helium abundance," en: *Nature*, vol. 203 (1964): 1109

[485] Robert Wagoner, "Big Bang Nucleosynthesis Revisited", en: *The Astrophysical Journal* 179 (1973): 353

[486] Nicos Prantzos *et al*., *Origin and Evolution of the Elements* (1994): 92, Table I

[487] Manuel Peimbert, Valentina Luridiana & Antonio Peimbert, *Astrophysical Journal*, vol. 666 (2007): 636-646

proporción de hidrógeno de 75.23%. Un porcentaje de masa de helio de 25%, significa que el helio fue el 25% de la masa total de la materia bariónica, de modo que aproximadamente el 8% de los átomos fueron átomos de helio.

Tabla. Relativas abundancias de elementos ligeros según Wagoner

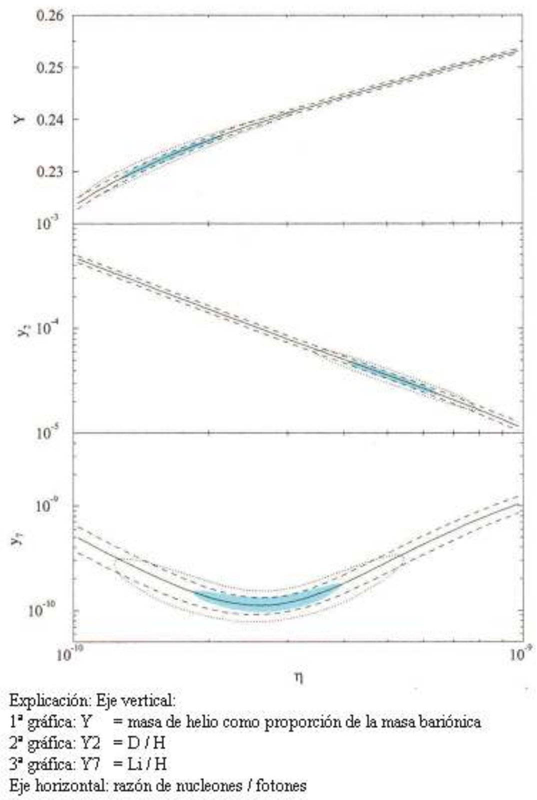
Elementos	Fracción de masa obser.	Ubicación	Producción P y Destrucción D	Fracción de masa, núcleosíntesis BB
Deuterio ^2H	$\leq 4.1*10^{-4}$	Tierra, Júpiter, meteoritos, medio interestelar	poca P en sist. solar D en estrellas10-75%	$(0.3\ a\ \ 5)*10^{-4}$
Tritio ^3He	$\leq 2.46*10^{-4}$	Meteoritos, vientosolar	P en estrellas posible D en estrellas10-75%	$\leq 1*10^{-4}$
Helio ^4He	$0.26\ a\ 0.32$	Galaxias, estrellas medio interestelar	P en estrellas 1-4% D en estrellas $\approx 0\%$	$0.22\ a\ 0.32$
Litio-6 ^6Li	$0.4*10^{-9}$	Tierra, meteoritos	P suficiente por radiación cósmica	$\leq 1*10^{-9}$
Litio-7 ^7Li	$< 2.35*10^{-8}$	Meteoritos, medio interest., estrellas	P estelar posible D en estrellas10-75%	$\leq 2*10^{-8}$
Berilio ^8Be	$< 5.9*10^{-10}$	Meteoritos, medio interestelar	P suficiente por radiación cósmica	$\leq 3*10^{-10}$
Boro-10 ^{10}B	$0.3*10^{-9}$	Meteoritos	P suficiente por radiación cósmica	$\leq 1*10^{-9}$
Boro-11 ^{11}B	$\leq 3*10^{-9}$	Meteoritos, Sol	P suficiente por radiación cósmica	$\leq 3*10^{-9}$
$A \geq 12$	$1.5*10^{-2}$	Fotoesfera estelar	P estelar suficiente	$\leq 10^{-5}$

Si uno ve la tabla de Wagoner, piensa tal vez que es notable y admirable la capacidad de la cosmología moderna de reconstruir las condiciones iniciales del Universo temprano. En realidad, existen graves problemas, derivados de la dificultad para calcular las relativas abundancias de los elementos ligeros y la razón de bariones y fotones en el *Big Bang*. Generalmente, los astrofísicos proceden siguiendo cinco pasos: primero tratan de medir la relativa abundancia de deuterio D/H hoy; luego, con base en este dato, se estima la relativa abundancia de deuterio en el Universo temprano; con base en este dato se estima la razón de bariones y fotones en el Universo temprano; luego se calculan, con base en el último dato las relativas abundancias esperadas de helio y litio-7 en el *Big Bang*; para finalmente confrontar estas cantidades esperadas con las observadas hoy. En cada paso hay margen de error y los errores pueden acumularse. Un problema tenaz, que hasta la fecha no se ha resuelto, es el hecho de que las relativas abundancias de deuterio y litio no concuerdan con la misma razón de bariones y fotones, como señaló, por ejemplo, Gary Steigman en 1996,[488] y recientemente Juan Lara, en 2004,[489] y otra vez, con ciertas precisiones, en 2005.[490] Como se puede apreciar en la siguiente gráfica de Steigman, a las relativas abundancias de helio ($Y \equiv He/masa\ bariones$), de deuterio ($D/masa\ bariones$) y de litio-7

[488] Gary Steigman, "Testing Big Bang Nucleosynthesis", arXiv:astro-ph/9601126 (1996)
[489] Juan Lara, "Deuterium and ^{7}Li Concordance in Inhomogéneous Big Bang Nucleosynthesis models", arXiv:astro-ph/040211 (2004): 2
[490] Juan Lara, "Neutron Diffusion and Nucleosynthesis in an Inhomogéneous Big Bang Model", arXiv:astro-ph/0506363 (2005): 25

($^{7}Li/masa\ bariones$) corresponden razones de bariones / fotones η, calculadas con base en el modelo estándar de la núcleosíntesis del *Big Bang* (SBNN), que son *incompatibles* entre sí.

Gráfica. El rango de la razón de bariones y fotones concordante con la relativa abundancia de helio, deuterio y litio-7 en el modelo cosmológico estándar del Big Bang [491]



Explicación: las líneas sólidas son las predicciones; las líneas interrumpidas indican el margen de error con un nivel de confianza de 95%; y las áreas azules representan las observaciones

En el eje horizontal, de la izquierda a la derecha, se lee la densidad de bariones η, de 10^{-10} a 10^{-9}. Las líneas sólidas de helio, deuterio y litio-7 permiten apreciar que, mientras mayor es la densidad de bariones, mayor la densidad de helio, pero menor la densidad de deuterio y, en el caso de litio-7, primero disminuye y luego aumenta su densidad. A partir de 1998 hubo una mejora notable en la medición de deuterio en cinco quasares, en donde el deuterio no ha sido quemado como en las estrellas y arroja una cantidad primordial de deuterio, según Tytler, de $D/H = 3.4 * 10^{-5}$ (nota 492) y ahora el problema se reveló con más crudeza que antes, porque *las abundancias de deuterio y litio-7 no son concordantes*.

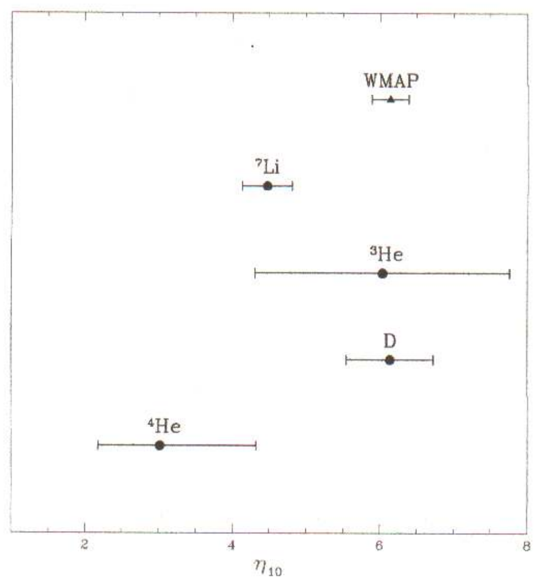
Simultáneamente surgió otro problema. Una nueva manera de derivar la razón de bariones y fotones, mediante la observación de la Radiación Cósmica de Fondo, daba una densidad de bariones de $\Omega_B \cong 0.0653$ incompatible con la densidad derivada de la observación de las relativas abundancias

[491] Gary Steigman, "Testing Big Bang Nucleosynthesis", arXiv:astro-ph/9601126 (1996): 4.

[492] Véase sobre la medición de la relativa abundancia de deuterio, David Tytler *et al*., "Deuterium in quasar spectra," en: "Review of Big Bang Nucleosynthesis and Primordial Abundances", arXiv:astro-ph/0001318, págs. 9-27,

de elementos ligeros, de $\Omega_B \cong 0.041$, ambos datos con rangos de confiabilidad de 95%. Burles, Nollett y Turner fueron tajantes en su advertencia de que las relativas abundancias de helio, deuterio y litio-7, derivadas de esta nueva estimación de Ω_B y η basada en la Radiación Cósmica de Fondo "*entrarían significantemente en conflicto con las abundancias observadas.*"[493] Por lo tanto, con el avance de las técnicas modernas de observación, el problema, lejos de resolverse, se agudizó, como señaló Steigman en 2006, diez años después de haber señalado el problema por la primera vez: [494]

Gráfica. La razón de bariones / fotones correspondiente a las abundancias de elementos ligeros



La anterior gráfica de Steigman, de 2006, permite apreciar que el rango permitido de η derivado de la Radiación Cósmica de Fondo (*WMAP*) es compatible con el rango que corresponde a las relativas abundancias primordiales de tritio (^3He) y deuterio (*D*), pero es incompatible con las del litio-7 (^7Li) y del helio (^4He). Además, se puede apreciar, que los rangos correspondientes al litio-7 y deuterio son incompatibles entre sí, así como también los rangos correspondientes al helio y deuterio.

Nuevos modelos de física atómica han permitido cerrar la brecha entre las observaciones de la Radiación Cósmica de Fondo (*WMAP*) y de la relativa abundancia de deuterio, por un lado, y la relativa abundancia de helio, por otro lado, como podemos apreciar en el siguiente cuadro del año 2007, de Peimbert padre e hijo y Luridiana,[495] *sin resolver, sin embargo, el problema del rango discordante de litio-7*.

[493] Scott Burles, Kenneth Nollett & Michael Turner, "What is the Big Bang Nucleosynthesis Prediction for the Baryon Density and How Reliable Is It?", arXiv:astro-ph/0008495, pág. 6

[494] Gary Steigman, "Primordial Nucleosynthesis: Successes and Challenges", en: *International Journal of Modern Physics E* vol. 15 (2006):1-36 y arXiv:astro-ph/0511534 (2005): 28

[495] Manuel Peimbert, Valentina Luridiana y Antonio Peimbert, "Revised Primordial Abundance Based on New Atomic Data", arXiv:astro-ph/0701580 (2007)

Tabla. Relativas abundancias de helio y deuterio y la razón de bariones / fotones η y la densidad bariónica Ω_B

Método	$Y_P(\equiv \frac{^4He}{masa_{bar}})$	$D_P(\equiv \frac{10^5 D}{masa_{bar}})$	$\eta_{10}(\equiv 10^{10} * \eta)$	$\Omega_b{}^c$
Y_P	0.2477 ± 0.0029^a	$2.78^{+2.28}_{-0.98}{}^b$	5.813 ± 1.81^b	0.0433 ± 0.0135^b
D_P	0.2476 ± 0.0006^b	2.82 ± 0.28^a	5.764 ± 0.360^b	0.0429 ± 0.0027^b
WMAP	0.2482 ± 0.0004^b	2.57 ± 0.15^b	6.116 ± 0.223^b	0.0456 ± 0.0017^a
Notas: ^{a} valor observado; ^{b} valor esperado según la teoría; ^{c} se supone $h \cong 0.7$				

Queda, entonces, el problema de la falta de concordancia de las relativas abundancias de deuterio, por un lado y litio-7, por otro lado. Solamente si abandonáramos el modelo estándar *SBBN* y adoptamos un nuevo modelo que abandona el supuesto de la homogeneidad del Universo (el modelo *IBBN* de Juan Lara), se "*permitiría un rango más amplio de la posible eliminación de litio-7, lo que permite la concordancia entre deuterio y litio-7,*" pero este modelo está todavía en pañales.[496] Es menester, entonces, no sacar conclusiones muy tajantes de la núcleosíntesis del *Big Bang* sobre la razón de bariones y fotones η y sobre la densidad de materia bariónica Ω_B. Hoy, el rango conservador de la razón de bariones / fotones todavía es casi tan amplio, como el señalado por Kolb y Turner veinte años atrás, a saber, $3*10^{-10} < \eta < 10*10^{-10}$ (nota 497). Con este problema está relacionado otro, a saber, *la aparente incompatibilidad de la densidad de bariones derivada de la observación de elementos ligeros y de la Radiación Cósmica de Fondo (*$0.041 < \Omega_B < 0.0653$*), por un lado, y la densidad de materia total del modelo cosmológico estándar (*$\Omega_M \approx 0.3$ [498]), por otro lado. Volveré a esta cuestión más adelante, donde se evalúan las especulaciones sobre la materia oscura no-bariónica.[499]

Por lo pronto, dejamos este último problema para después, y volvemos a la breve historia del Universo después del *Big Bang*. Después de un poco más de media hora, la temperatura era $3*10^8\ K$ y la densidad de masa-energía del Universo, ahora fue apenas un 10% mayor que la de agua ordinaria. Las reacciones nucleares habían terminado definitivamente, y no volvieron a reanudarse sino hasta después de la formación de las primeras estrellas, en su centro, miles de millones de años después.

VII. De la media hora hasta los 300,000 años después del *Big Bang*, la temperatura fue bajando de 100 millones hasta 3000 grados Kelvin. Los núcleos de hidrógeno y helio existían como plasma, porque los electrones todavía andaban libres y seguían impidiendo el libre paso de los fotones, de modo que el Universo seguía siendo opaco. Al final de este período se dio la 'recombinación', cuando los electro-

---

[496] Juan Lara, "Neutron Diffusion and Nucleosynthesis in an Inhomogéneous Big Bang Model", arXiv:astro-ph/0506363 (2005): 12
[497] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1990): 106
[498] Véase la Sección 13.6
[499] Véase la Sección 14

nes eran atrapados por los núcleos, *formando los átomos de hidrógeno y helio y la radiación cósmica de fondo se hizo visible iluminando el Universo entero*. Hoy la observamos como la radiación cósmica de microondas de fondo (la CMBR).

VIII. A parti de los mil millones de años después del *Big Bang*, se formaron las nubes que están en la base de los cumulos de galaxias y galaxias. Cuando la longitud de onda de la CMBR se estiró más allá de las longitudes de luz visible, por la expansión del espacio, el Universo se hizo oscuro. Estos así llamados *dark ages* terminaron con la formación de las primeras estrellas,[500] cinco mil millones de años después del *Big Bang*, cuando los procesos de fusión nuclear en el interior de las estrellas volvieron a iluminar el Universo. Los primeros sistemas solares se formaron unos 9 mil millones de años después del *Big Bang*.[501]

Sección 13.6. Historia de la estimación de omega y de la geometría del espacio

Primero haremos un breve recuento histórico de las estimaciones de Ω_{tot}, Ω_m y Ω_Λ (Sección 13.6), luego analizaré el concepto de la materia oscura exótica (Sección 14) y el de la energía oscura (Sección 15) y los evalúo del punto de vista relativista (Secciones 14 y 16). En la Sección 13.3 he dado una breve historia de la estimación del valor de la constante de Hubble H_0. La constante de Hubble H_0 establece una relación constante entre la velocidad de recesión de una galaxia (que es equivalente a la velocidad de expansión del espacio v_{ex} en este punto del Universo) y su distancia d de la Tierra. En el cuadro matemático 13.5 vimos que la mayoría de los cosmólogos hoy estiman la constante de Hubble en $H_0 = 72 \pm 8 \quad kms^{-1}Mpc^{-1}$.

Pero, ¿qué decir de los demás parámetros cosmológicos, a saber, ρ, Ω y k? Los cosmólogos han llegado a estimar los valores empíricos de estas constantes, pero se toparon con dos grandes sorpresas:

1. no coinciden los valores de omega total, Ω_{tot}, que determina la curvatura del espacio con la densidad estimada de materia del Universo representada por Ω_m;
2. no coinciden los valores de la densidad estimada de materia del Universo, Ω_m, y la cantidad de materia bariónica, Ω_b.

Para resolver estas discrepancias, los cosmólogos han especulado sobre la existencia de dos cosas que nadie jamás ha observado, a saber:

1. una nueva edición de la vieja '*constante cosmológica*' Λ de Einstein, llamada 'energía oscura', y la correspondiente densidad de energía oscura, Ω_Λ
2. *materia oscura*, que en parte es *ordinaria*, a saber, materia bariónica invisible (nubes no detectables, enanas café, planetas, estrellas de neutrones), neutrinos, agujeros negros y en parte, no-bariónica o *esotérica*;[502].

[500] Véase la Sección 17.3
[501] Sobre estos procesos de la octava etapa hay información más detallada en la Sección 17.
[502] Se especula sobre *Weakly Interacting Massive Particles* y un halo de materia oscura alrededor de las galaxias

CUADRO MATEMÁTICO 13.8 La densidad de materia-energía total del Universo

Omega total es la suma de omega material y omega de energía oscura

$$(49)\ \Omega_{tot} = \Omega_M + \Omega_\Lambda$$

Y omega material es la suma de omega de materia bariónica (visible e invisible) y omega de materia no-bariónica, que por definición es oscura

$$(50)\ \Omega_M = \Omega_b + \Omega_d$$

Los cosmólogos que aceptan la existencia de 'materia oscura' y 'energía oscura' admiten que desconocen su física: "*La comunidad cosmológica ha establecido la existencia de materia oscura [y] energía oscura (…). Pero, no sabemos por qué existen, ni cuál es la física responsable de generarlas.*"[503] Otros van más lejos y dudan de que estas cosas realmente existan: "*para explicar algunas observaciones sorprendentes, teóricos han tenido que crear nociones heroicas pero hasta ahora insustanciales, como 'materia oscura' y 'energía oscura' que supuestamente rebasan, en una razón de cien a uno, la materia ordinaria del Universo que podemos detectar directamente*".[504] En esta sección, me limitaré a presentar las estimaciones de los valores empíricos de los parámetros cosmológicos, incluyendo la materia oscura y energía oscura, en el modelo estándar ΛCDM. En las Secciones 14 y 15 analizaré estos dos conceptos del punto de vista de la física y en las Secciones 14 y 16 se propone un modelo alternativo, relativista, que prescinde de estos conceptos.

CUADRO MATEMÁTICO 13.9 La densidad crítica del Universo

Primero doy las ecuaciones, algebraicamente sencillas, que definen estos parámetros, con el fin de entender cuáles son axiomáticos, y cuáles se derivan de éstos. Omega total Ω_t es la razón de la densidad de materia-energía ρ, y la densidad crítica ρ_{crit} que representa la frontera entre la densidad que permite que el Universo expanda para siempre y la densidad que lo hace colapsar sobre sí mismo.

$$(51)\ \Omega_{tot} = \rho_{tot} / \rho_{crit}$$

Definimos R como el radio del Universo, c como la velocidad de la luz, G como la constante gravitacional de Newton y k como la constante de curvatura, para definir ρ_{tot}. Conocemos H_0, c y G, pero no conocemos a R, dado que no podemos suponer que estamos en el centro del Universo, ni podemos, por lo tanto, tomar la distancia d al objeto más alejado de nosotros como si fuera el radio del Universo.

$$(52)\ \rho_{tot} = 3H_0^{\,2} / 8\pi G + 3kc^2 / 8\pi GR^2$$

503 Max Tegmark *et al.*, "Cosmological parameters from SDSS and WMAP", en: *Physical Review D*, vol. 69 (2004):19

504 Michael Disney, "Modern cosmology: Science or Folktale?" www.americanscientist.org/template/AssetDetail/assetid/55839

Si $k = +1$, el Universo es cerrado y colapsará antes de que R llegue a infinito. Si $k = 0$, el Universo es plano (*flat*), con geometría Euclidiana y se expandirá para siempre, pero con una velocidad de expansión que tiende a cero cuando el radio R tiende a infinito. Si $k = -1$, el Universo es abierto y se expandirá para siempre, como en el caso de $k = 0$, pero con una velocidad de expansión positiva que nunca llega a cero. La *densidad crítica* ρ_{crit} se da, cuando $k = 0$ y está definida por las constantes H_0 y G, de modo que ella misma es constante:[505]

(53) $\rho_{crit} = 3H_0^{\,2} / 8\pi G \approx 8.702 * 10^{-24}\ g\,m^{-3}$

La densidad de masa crítica es más de cinco veces la masa de un átomo de hidrógeno por metro cúbico,[506] lo que significa que con un promedio de seis átomos por metro cúbico, en el momento actual, el Universo terminaría colapsando sobre sí mismo. Para determinar si $\Omega_{tot} > 1$ y $k = +1$, o $\Omega_{tot} = 1$ y $k = 0$, o $\Omega_{tot} < 1$ y $k = -1$, necesitamos conocer el valor de ρ_{tot}. Analizaré este punto a continuación.

Combinando las ecuaciones (51), y (53), obtenemos:

(54) $\Omega_{tot} = \dfrac{\rho_{tot}}{\rho_{crit}} = \dfrac{\rho_{tot}}{3H_0^{\,2} / 8\pi G}$

y combinando (52) y (54), obtenemos:

(55) $\Omega_{tot} = [3H^2 / 8\pi G + 3kc^2 / 8\pi G R^2] / [3H^2 / 8\pi G] \Rightarrow \Omega_{tot} = 1 + \dfrac{kc^2}{H^2 R^2} = 1 - \Omega_k$ (nota 507)

porque, por definición, $\Omega_k = -\dfrac{kc^2}{H^2 R^2}$ (nota 508) $\Rightarrow$ existen tres posibilidades:

1) si $k = 0 \Rightarrow \Omega_k = 0 \Rightarrow \Omega_{tot} = 1 \Rightarrow$ Universo con geometría plana

2) si $k = -1 \Rightarrow \Omega_k > 0 \Rightarrow \Omega_{tot} < 1 \Rightarrow$ Universo con geometría abierta

Por (49) y (55), obtenemos lo que encontramos en libros y artículos, a saber,

(56 A) $\Omega_{tot} = \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_k \Rightarrow \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$ (nota 509) $\Rightarrow$

(56 B) $\Omega_k = 1 - \Omega_\Lambda - \Omega_M$ (nota 510)

La ecuación (55) *no* nos sirve para obtener el valor de ρ_{tot} y Ω_{tot}, porque desconocemos *R* y todavía no sabemos cuál es el valor de *k*. Hemos de seguir otro camino. Por (51) y (56), obtenemos:

---

505 Malcolm Longair pone el valor de la densidad de masa crítica en $2 * 10^{-26} h^2 kg m^{-3}$, lo que equivale , con $h = 0.7$, unos $9.8 * 10^{-24}\ gm^{-3}$, en: The Cosmic Century (2006): 341, 357

506 La masa del átomo de hidrógeno (protón + electrón) es $1.6735 * 10^{-24}\ g$, véase apéndice IX

507 Véase la ecuación (366) del Apéndice VI B

508 Véase Thomas Buchert, “On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies”, arXiv:gr-qc/0001056 (2000): 4

509 Véase Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 426 (Table 15.2, note [a])

510 Véase Max Tegmark, Matias Zaldarriaga & Andrew Hamilton, “Towards a refined cosmic concordance model: joint 11-parameter constraints from CMB and large-scale structure”, arXiv:astro-ph/0008167 (2000):10

(57) $\Omega_{tot} = \Omega_m + \Omega_\Lambda = \dfrac{\rho_m + \rho_\Lambda}{\rho_{crit}} = \dfrac{\rho_m + \rho_\Lambda}{3H_0^2/8\pi G} = \dfrac{\rho_m}{3H_0^2/8\pi G} + \dfrac{\rho_\Lambda}{3H_0^2/8\pi G}$

Por lo tanto:

(58) $\Omega_M = \dfrac{\rho_m}{3H_0^2/8\pi G}$ (nota 511)

y, tomando en cuenta la densidad de energía oscura, que depende del valor de la constante cosmológica, se sigue que:

(59) $\Omega_\Lambda = \dfrac{8\pi G\rho_\Lambda}{3H_0^2} = \dfrac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$ (nota 512)

De (58) y (59) obtenemos:

(60) $\rho_\Lambda = \dfrac{\Omega_\Lambda 3H_0^2}{8\pi G} = \dfrac{\Lambda c^2}{8\pi G} = \dfrac{\lambda}{8\pi G} \Rightarrow$

(61) $\lambda = \rho_\Lambda 8\pi G$

El parámetro de la ecuación de estado w se define como la razón de presión y densidad de energía y determina la evolución de la densidad de energía:

(62) $w = \dfrac{P}{\rho}$:

en el caso de la energía oscura,

(63) $P_\Lambda = -\rho_{VAC}$,

de modo que:

(64) $w_{VAC} = P_\Lambda = -\rho_\Lambda = -1$

El parámetro de desaceleración q_0 se define como:

(65) $q_0 = -\ddot{R}/\dot{R}^2 = \dfrac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda = \dfrac{1}{2}\Omega_M - \dfrac{1}{3}\dfrac{\lambda}{H_0^2}$ (nota 513) $\Rightarrow$

(66) si $\lambda = 0 \Rightarrow q_0 = 0.5\Omega$

Si la desaceleración es negativa, la aceleración es positiva (si $q < 0 \Rightarrow \ddot{R} > 0$).

---

511 Véase Thomas Buchert, "On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies", arXiv:gr-qc/0001056 (2000): 4

512 Avishai Dekel *et al.*, ponen $\Omega_\Lambda = \Lambda c^2/3H_0^2$, en: "Measuring Omega", en: Neil Turok ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 176. Malcolm Longair, en *The Cosmic Century* (2006): 353 y Thomas Buchert, en "On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies", arXiv:gr-qc/0001056 (2000):4, ponen $\Omega_\Lambda = \lambda/3H_0^2$. Las dos versiones son compatibles si se toma en cuenta que ciertos autores normalizan las ecuaciones, poniendo $c = 1$. La densidad de la energía oscura es, en consecuencia, $\rho_\Lambda = \Lambda c^2/8\pi G$. En el caso de que $\Omega_\Lambda \approx 0.7$, obtendríamos $\Lambda \approx 1.6 * 10^{-52} m^{-2}$.

513 Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 118-119

Ahora es tiempo de determinar cuáles variables y constantes dependen de cuáles. Para obtener el valor de Ω_{tot}, necesitamos el valor de Ω_M y Ω_Λ ó de Ω_k ó de ρ_{tot} y ρ_{crit}. Ya calculamos el valor de ρ_{crit} (ecuación 55). Para obtener el valor de Ω_M, necesitamos los valores de H_0, G y ρ_m. Conocemos H_0 y G, *pero* ρ_m *debe ser estimada con base en observaciones del Universo observable*. Para conocer Ω_Λ, necesitamos conocer H_0, c y Λ. Conocemos H_0 y c, *pero como no es posible detectar* Λ *directamente, no podemos conocer* Ω_Λ, *a no ser que podamos detectar el valor de* Ω_{tot} *por otros medios que no sean la suma de* Ω_m *y* Ω_Λ, *y derivar el valor de* Ω_Λ *de* Ω_{tot} *y* Ω_m, dado que, por definición, $\Omega_\Lambda = \Omega_{tot} - \Omega_m$.

El camino a seguir era, el obtener por medio de observaciones los valores de ρ_m (y Ω_m) y de ρ_{tot} (y Ω_{tot}), para luego derivar el valor de ρ_Λ y Ω_Λ. Por mucho tiempo no había manera de estimar los valores de Ω_{tot} y Ω_m con algún grado de precisión. Siguiendo diferentes métodos, se lograba fijar ciertos límites (en inglés *constraints*) a estos valores, que resultaban, sin embargo, muy amplios.[514] Los métodos observacionales más confiables eran los cinco siguientes: [515]

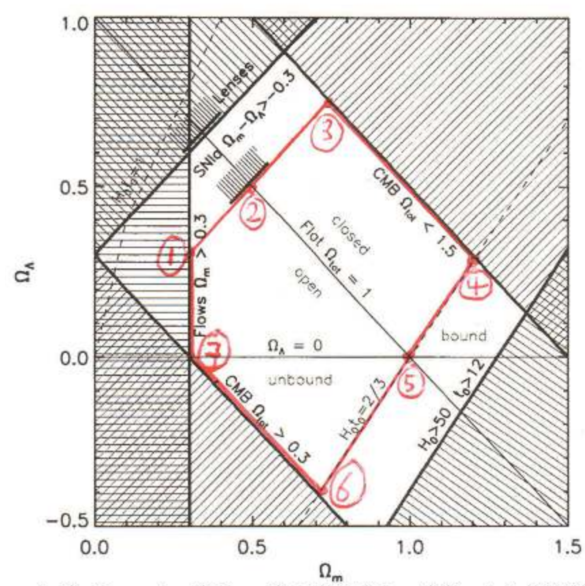
I. El método de la relación entre distancia y corrimiento al rojo de la longitud de onda electromagnética restringía Omega a $-0.3 < \Omega_m - \Omega_\Lambda < 2.5$, con un margen de confiabilidad de 90%. Límites tan anchos, realmente no nos dicen gran cosa. Para estimar las distancias muy largas, se usaban los primeros resultados del equipo de Perlmutter *et al.*, sobre seis supernovas SN Ia, que serían publicados completos —abarcando 42 supernovas tipo SN Ia— tres años más tarde.[516]
II. Otro método era el de contar el número de quasares con *lensing* gravitacional. Este método fijaba para el caso de un Universo plano el límite $\Omega_\Lambda \leq 0.66$, lo que es lo mismo que $\Omega_m \geq 0.34$, y para el caso de un Universo sin constante cosmológica, $\Omega_m > 0.2$. El problema era contar bien, porque muchas imágenes de *lensing* gravitacional son ofuscadas por polvo en las galaxias tempranas responsables de producir el efecto.
III. Un tercer método estaba basado en la anisotropía de la radiación cósmica de fondo, que en aquel entonces generaba límites igualmente amplios, a saber $0.3 < \Omega_m + \Omega_\Lambda < 1.5$.
IV. El cuarto método consistía en estimar la edad del Universo. Tomando en cuenta una variación en las estimaciones con una desviación estándar σ, alrededor del promedio $H_0 t_0 = 1$, con un límite inferior de $H_0 t_0 > 2/3$, se obtuvo un límite superior para Ω_m y un límite inferior para Ω_Λ (véase el diagrama), de tal manera que y $\Omega_m - 0.7\Omega_\Lambda < 1.3$.
V. El quinto método, de los flujos cósmicos, señalaba un límite inferior a la densidad de masa, a saber, $\Omega_m > 0.3$, con un margen de confiabilidad de 95%.

[514] Avishai Dekel, David Burnstein y Simon White, "Measuring Omega", en: Neil Turok ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 175-192
[515] Neil Turok ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997)
[516] Saul Perlmutter, "Medidas de Omega y Lambda de 42 supernovas de gran corrimiento al rojo", en: *Astrophysical Journal* vol. 517 (1999): 565-586

Por su interés histórico, reproduzco *el diagrama que sintetiza las restricciones fijadas en 1997*. He marcado con rojo el cuadro con las combinaciones permitidas de Ω_{tot}, Ω_m y Ω_Λ. El lector se percata, al observar la gráfica, que todo cabía, a saber, un Universo plano, ó cerrado ó abierto, cada uno con ó sin constante cosmológica. Estaba permitido un Universo sin constante cosmológica (la línea $7 \rightarrow 5$), o con ella (área arriba de la línea $7 \rightarrow 5$). Estaba permitido un Universo plano (la línea $2 \rightarrow 5$), abierto (área dentro del cuadro $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 7$), o cerrado (dentro del cuadro $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$). Y omega material podría variar de $0.3 < \Omega_m < 1.2$. ¡Hace apenas 10 años, faltaban, por lo tanto, datos para tomar una decisión sobre la geometría del espacio, aún en el contexto del modelo cosmológico ΛCDM llamado estándar o concordante!

Gráfica. Los valores empíricos permitidos de Ω_m y Ω_Λ (nota 517)

RESTRICCIONES A LOS PARÁMETROS COSMOLÓGICOS



Explicación: area de restricción amplia: 1-3-4-6-7-1; de restricción estrecha: 1-2-5-7-1

Tres años más tarde, Neta Bahcall, afinó diferentes métodos que establecen una relación entre masa y luminosidad de grupos de galaxias, que todos arrojan el mismo valor aproximado de la densidad de masa del Universo, a saber, $\Omega_m \approx 0.25$.[518] Un año más tarde, John Peacock y su equipo combinaron el método basado en la anisotropía de la radiación cósmica de fondo y el método basado en el corrimiento al rojo de la luz, aprovechando un *survey* recién terminado de unos 200,000 galaxias —el SDSS, *Sloan Digital Sky Survey*—, y obtuvieron $\Omega_m \approx 0.3$. En 2004, Tegmark y un equipo de 67 astrofísicos combinaron tres métodos, a saber, 1) el corrimiento al rojo de las galaxias del SDSS; 2) información todavía más precisa sobre la anisotropía de la radiación cósmica de fondo del WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*); y 3) información basada en las supernovas tipo SNIa. Hicieron simulaciones con la computadora, para saber cuáles supuestos teóricos se conforman mejor a estas observaciones empíricas.[519] En el siguiente cuadro Ω_b, Ω_m *y* Ω_{tot} *son valores estimados* y Ω_d

[517] Adaptación basada en: Avishai Dekel y otros, "Measuring Omega", en: Neil Turok, ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 180. La parte en rojo es mía.
[518] Neta Bahcall, "Clusters and Cosmology", en: *Physics Reports*, vol. 333 (2000): 233-244
[519] Max Tegmark, "Cosmological parameters from SDSS and WMAP", en : *Physical Review D*, vol.69 (2004):1-28

y Ω_Λ *valores teóricos deducidos* ($\Omega_\Lambda = \Omega_{tot} - \Omega_m$; $\Omega_d = \Omega_m - \Omega_b$). En la primera columna hay dos supuestos[520] y en la segunda y tercera, éstos dos más dos adicionales.[521]

Tabla. Las estimaciones de los valores de omega

WMAP	PROMEDIO DE WMAP+SDSS	PROMEDIO DE WMAP+SDSS+SN IA
($h = 0.474$)	($h = 0.557$)	($h = 0.597$)
$\Omega_b \approx 0.106$	$\Omega_b \approx 0.075$	$\Omega_b \approx 0.074$
$\Omega_m \approx 0.57$	$\Omega_m \approx 0.41$	$\Omega_m \approx 0.33$
$\Omega_{tot} \approx 1.095$	$\Omega_{tot} \approx 1.058$	$\Omega_{tot} \approx 1.05$
$\Omega_d \approx 0.464$	$\Omega_d \approx 0.335$	$\Omega_d \approx 0.25$
$\Omega_\Lambda \approx 0.525$	$\Omega_\Lambda \approx 0.648$	$\Omega_\Lambda \approx 0.7$

Los únicos valores empíricamente estimados de la tabla anterior son Ω_b y Ω_m de las dos primeras columnas, porque los valores de Ω_d y Ω_Λ son deducidos de los valores de Ω_b, Ω_m y Ω_t. A partir de las estimaciones de la 3ª columna, los autores, sabiendo que empíricamente, $\Omega_m \approx 0.3$, hacen el supuesto adicional de que $k = 0$ y $\Omega_{tot} = 1$, es decir, de un Universo plano y con base en este supuesto *estiman* que $\Omega_\Lambda \approx 0.7$. Los datos de la primera columna son de la investigación WMAP y los de la segunda columna son el promedio de WMAP y SDSS. Podemos deducir, entonces, los datos independientes de SDSS. En la siguiente tabla pongo únicamente los datos empíricos de WMAP y SDSS.

Tabla. Los valores empíricos de omega derivados de wmap y sdss

WMAP	SDSS	DIFERENCIA WMAP Y SDSS
$\Omega_b = 0.106$	$\Omega_b = 0.044$	-58.5 %
$\Omega_m = 0.57$	$\Omega_m = 0.25$	-56.1 %
$\Omega_{tot} = 1.095$	$\Omega_{tot} = 1.021$	-6.76 %

Con excepción de omega total, las diferencias en los resultados de WMAP y SDSS son muy grandes. En la estimación de la densidad de masa-energía del Universo, no podemos hablar, entonces, de una ciencia exacta, aunque muchos autores presentan los valores de la tercera columna de la tabla anterior (el promedio de WMAP+SDSS+SNIa) como si fueran datos duros.

[520] La fracción de neutrinos en la materia oscura $f_v = \rho_v / \rho_d = 0$ y la ecuación de estado de la energía oscura $w = P_\Lambda / \rho_\Lambda = -1 \Rightarrow P_\Lambda = -\rho_\Lambda$

[521] La *tensor-to-scalar power ratio* $r = 0$; y $\alpha = dn_s / d\ln k = 0$, en donde n_s es el índice espectral escalar. Los valores de Ω_m y $h^2\Omega_m$ permiten derivar la constante de Hubble h, véase Max Tegmark., "Cosmological parameters from SDSS and WMAP", en : *Physical Review D*, vol.69 (2004): 7, columnas 6 a 9 de la tabla IV

Sección 14. La relatividad general refuta la especulación sobre la materia oscura

Antes de entrar en la discusión sobre diferentes hipótesis relacionadas con la materia oscura, es necesario primero definir el concepto. La materia en general se divide en *materia oscura* y *materia visible*. Otra división es la de materia *bariónica* y materia *no-bariónica.* Esto nos lleva a las siguientes categorías de materia: [522]

Tabla. Diferentes categorías de materia en el Universo

	Visible	Oscura
Bariónica	Estrellas Gas ionizado Plasma	Gas frío y polvo Estrellas de neutrones Enanas blancas Estrellas de poca masa y baja luminosidad Enanas café Planetas Agujeros (hoyos) negros con origen bariónico ¿Galaxias muy tenues y lejanas que no forman parte de cúmulos de galaxias?[523]
No-bariónica	N. A.	Mini-agujeros negros, reliquias del Big Bang [524] Neutrinos ¿Materia oscura no-bariónica (WIMPs)? [525]

La materia *oscura* se divide, entonces, en *bariónica* y *no-bariónica,* y esta última en *neutrinos* y tal vez *mini-agujeros negros* y *materia oscura exótica* que no interactúa con fotones y que es, por lo tanto, invisible, pero sí tiene masa, bautizadas por Michael Turner WIMPs (=*Weakly Interacting Massive Particles*). No pocas veces, los autores distinguen en la nomenclatura de las densidades de materia, la 'densidad de materia bariónica' y la 'densidad de materia oscura', como si fueran dos conceptos mutuamente excluyentes. Esto no es correcto, porque *los dos conceptos se traslapan, dado que tienen en común la materia oscura bariónica*. Sin embargo, por el contexto se entiende que el símbolo Ω_b (b de bariónico) representa la densidad de la materia bariónica tanto *oscura* como *visible* y el símbolo Ω_d (d de *dark*) la densidad de materia oscura *no-bariónica.*[526]

[522] Neta Bahcall, "Dark Matter", en: Neil Turok, ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 221-232; Robert Kirshner, *The extravagant universe* (2002): 126-135; Mario Livio, *The Accelerating Universe* (2000):82-104; Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 248-253, 357-361; George Smoot & Keay Davidson,, *Wrinkles in Time* (1993): 154-172; Max Tegmark, "Cosmological parameters from SDSS and WMAP", en : *Physical Review D*, v.69 (2004):1-28

[523] Edward Kolb & Michael Turner: "*a yet undiscovered (or unidentified) population of very dim galaxies that are significantly less clustered than bright galaxies*", en: *The Early Universe* (19945): 20

[524] Hawking conjetura que existen los mini agujeros negros, que se originaron en el *Big Bang*

[525] *Weakly Interacting Massive Particles*, como, por ejemplo, axiones invisibles, fotinos, gravitinos, sneutrinos, neutralinos, axiones, neutrinos pesados, monopolos magnéticos, pyrgones, maxines, newtoritos, quark *nuggets,* primordiales: se trata de cosas que nadie jamás ha visto. Véase la colección de Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (19945): 323. Y la colección de Steven Weinberg, *Cosmology* (2009):185-200

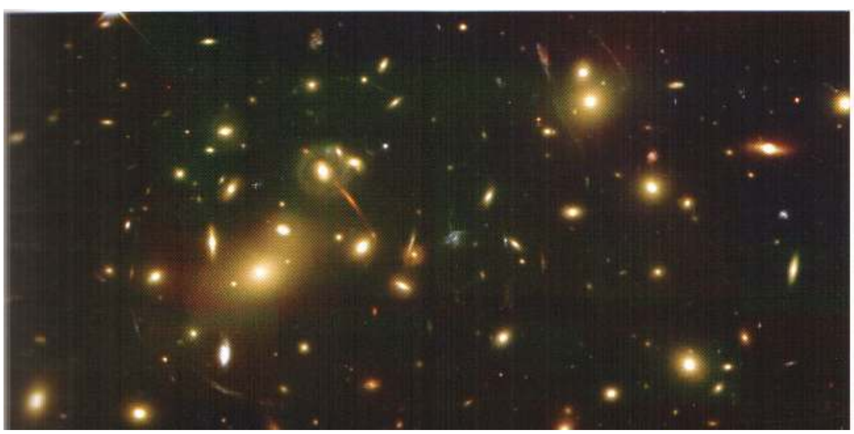
[526] Es decir, $\Omega_d = \Omega_m - \Omega_b$

Sección 14.1. Origen de la especulación sobre la materia oscura no-bariónica

La manera de medir la cantidad de materia oscura bariónica y no-bariónica es la discrepancia entre la masa visible observada y la masa calculada con base en ciertos efectos generados por el campo gravitacional. La primera persona que se dio cuenta del fenómeno de la supuesta masa faltante en las galaxias fue Fritz Zwicky (1898-1974), un astrónomo suizo que trabajó en Pasadena, California, en 1933. Él señaló dos fenómenos que revelan masas mayores que la masa bariónica visible. En primer lugar, la velocidad peculiar de galaxias individuales en *clusters* de galaxias. Zwicky comparó el corrimiento al rojo de las galaxias individuales que pertenecen a un cúmulo con el corrimiento del cúmulo entero y pudo derivar así la velocidad peculiar propia de una galaxia. Así pudo comprobar que la velocidad orbital de las galaxias en un cúmulo es mayor que la que se esperaría, si solamente se tomara en cuenta la masa de la materia visible (estrellas y gas ionizado) en una dinámica newtoniana.[527] En el libro editado por Rubin y Coyne se especula que el método de las velocidades peculiares de galaxias en un cúmulo, conocidas por el corrimiento al rojo, sirve para revelar "*la distribución de materia luminosa y oscura*" en las galaxias y cúmulos de galaxias y en ciertos casos "*indica la existencia de grandes cantidades de materia oscura.*"[528]

En segundo lugar, se puede observar la curvatura de la luz que viene de una estrella o una galaxia que se encuentra detrás del Sol o un cúmulo de galaxias. Este método, derivado de la teoría de la relatividad general, sirvió originalmente para corroborar esta teoría. Ahora que esta teoría ya ha sido corroborada, se procede al revés: la curvatura de la luz nos permite calcular la masa total de una galaxia que se interpone entre un objeto luminoso y el observador en la Tierra.[529] Según Zwicky, "*la observación de estos efectos de* lensing *gravitacional nos proporcionan la determinación más simple y más exacta de las masas de las galaxias.*"[530]

Los arcos curvados de galaxias por el *gravitational lensing* del cúmulo Abell 2218



[527] Fritz Zwicky, "Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln", *Helvetica Physica Acta,* vol. 6 (1933): 110-127; "On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae", en: *The Astrophysical Journal,* v. 86 (1937): 217 -46

[528] Vera Rubin & George Coyne, eds. *Large Scale Motions in the Universe* (1988): 262, 101-102

[529] La curvatura es $\varphi = 0.5\, g\, l / c^2$ *radianes* en donde l es la distancia recorrida por la luz en el campo gravitatorio, y g la aceleración por la gravedad. El factor g depende directamente de la masa del objeto que causa la curvatura de la luz. Véase George Gamov, *En el país de las maravillas. Relatividad y cuantos* (1958): 96

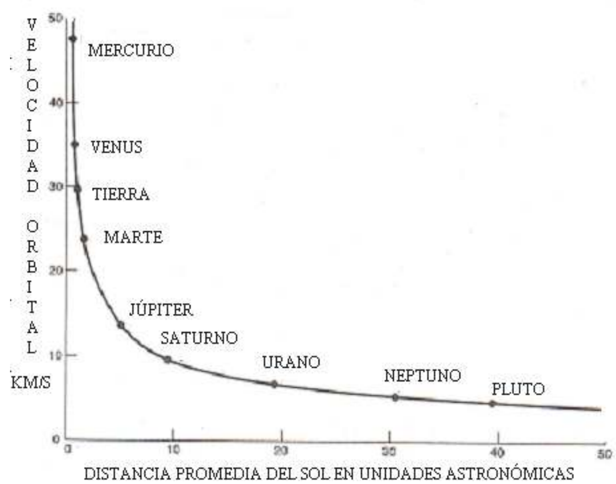
[530] Fritz Zwicky, "On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae", en: *The Astrophysical Journal,* vol. 86 (1937): 238. Zwicky llama "nebulae" a lo que hoy llamamos galaxias.

Se han hecho observaciones sobre las velocidades orbitales de galaxias, que parecen señalar la existencia de un halo de *materia oscura no bariónica*, que se extiende más allá del disco visible de la galaxia, siempre y cuando se interpreten con las leyes gravitacionales de Kepler y Newton. Estas leyes predicen que la aceleración disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia a la masa central y la velocidad orbital con el inverso de la raíz de la distancia. En una serie de publicaciones importantes de 1977 a 1985, Vera Rubin y su equipo observaron unas 60 galaxias espirales (20 tipo Sa, 20 tipo Sb y 20 tipo Sc ([nota 531]) y *reportaron que esta velocidad orbital es casi constante, independientemente de la distancia del centro de la galaxia*.[532]

Es importante distinguir entre las *observaciones* astrofísicas de Vera Rubin y su equipo, y las *interpretaciones* que ellos hacen de estas observaciones. Las dos observaciones son indiscutibles:

1. *Primera observación*. En el Sistema Solar, la velocidad orbital de los planetas disminuye con el inverso de la raíz de la distancia ($v \propto 1/r$), es decir a mayor distancia, menor velocidad:

Gráfica. Primera observación: velocidad orbital y distancia del Sol en el Sistema Solar

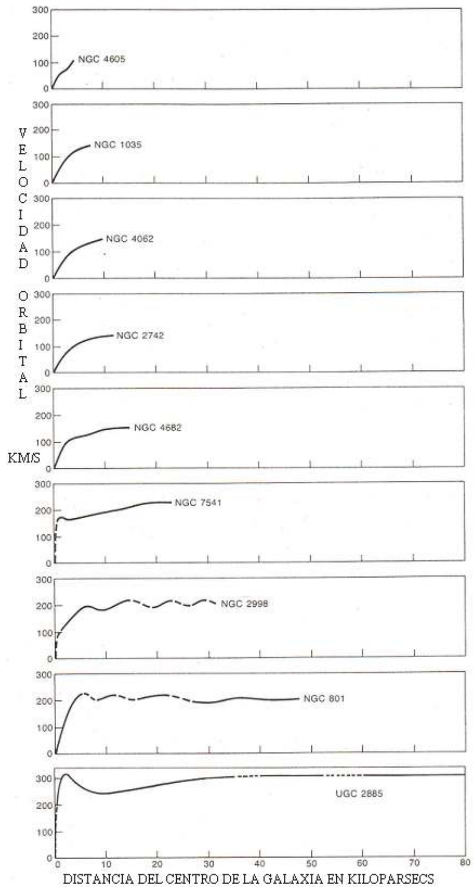


2. *Segunda observación*: la velocidad rotacional de las estrellas de la galaxia, después de subir rápidamente a poca distancia del núcleo de la galaxia, ya no disminuye con la distancia, sino que queda más o menos constante. Sin embargo, la masa visible disminuye rápidamente en la medida que nos alejamos del centro de la galaxia.

---

[531] Galaxias espirales tipo Sa tiene un centro abultado grande, con brazos muy pegados unos a otros casi sin nudos de estrellas; galaxias tipo Sb tienen un centro menos abultado con brazos y nudos distinguibles; y las galaxias tipo Sc tienen un centro todavía más pequeño con brazos bien separados y en los brazos nudos de estrellas bien visibles.

[532] Rubin, Vera & Kent Ford *et al.* "Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. I The angle between the rotation axis of the nucleus and the outer disk of NGC 3672," *The Astrophysical Journal*, vol. 217 (1977): L1-L4; "II The anemic Sa galaxy NGC 4378," *ibidem,* vol. 224 (1978): 782-795; "III. The spiral galaxy NGC 7217," *ibidem,* vol. 226 (1978): 770-776; "IV. Systematic dynamical properties," *ibidem,* vol. 225 (1978): L107-L111; "V. NGC 1961, The most massive spiral known," *ibidem,* vol. 225 (1979): 35-39; "Rotational properties of 21 Sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R=4 lpc) to UGC 2885 (R=122 kpc)" *ibidem,* vol. 238 (1980): 471-487; "Rotation and mass of the inner 5 kiloparsecs of the SO galaxy NGC 3115," *ibidem,* vol. 239 (1980): 50-53; "Rotational properties of 23 Sb galaxies," *ibidem,* vol. 261 (1982): 439-456; "Rotation velocities of 16 Sa galaxies and a comparison of Sa, Sb, and Sc rotation properties," *ibidem,* vol. 289 (1985): 81-104



Gráfica. La relación entre velocidad orbital y distancia del centro en 9 galaxias espirales tipo Sc

Ahora bien, estas observaciones de hechos reales en las galaxias espirales son *interpretadas* por el equipo con base en *un modelo teórico newtoniano*:

1. *Primera parte de la interpretación*. Rubin y su equipo parten del supuesto que en las galaxias espirales opera la dinámica gravitacional de Kepler y Newton. Según Newton la aceleración disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia y la velocidad orbital, con el inverso de la raíz de la distancia (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 14.1 La velocidad orbital en una dinámica gravitacional newtoniana

El razonamiento matemático, en el modelo newtoniano, es el siguiente. Según la segunda ley de movimiento de Newton, la aceleración a es:

(1) $F = ma = GMm/r^2 \Rightarrow a = GM/r^2$

La aceleración de un cuerpo en órbita alrededor de una masa grande es:

(2) $a = v^2/r$

De (1) y (2) se deduce:

$$(3)\ GM/r^2 = v^2/r$$

Y de (3) se deduce la velocidad orbital o rotacional:

$$(4)\ v = \frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{r}}$$

Por lo tanto, la velocidad orbital es proporcional a la raíz de la masa e inversamente proporcional a la raíz de la distancia:

$$(5)\ v \propto \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{r}}$$

Dado que es razonable suponer que la masa de la galaxia se concentra en el centro y disminuye con la distancia r del centro , se esperaría que al alejarnos del centro, la velocidad rotacional debería de disminuir rápidamente, porque la masa en el nominador disminuye y la distancia en el denominador aumenta. La sorpresa es que se observa lo contrario: la velocidad orbital, a cierta distancia, sigue constante aunque nos alejemos del centro. La única manera en que esto puede explicarse es el supuesto de que la masa, en lugar de disminuir con la distancia, aumenta linealmente con ella: por ejemplo, dos veces más lejos del centro, habría dos veces más masa.

$$(6)\ si\ M \propto r \Rightarrow \Delta v = 0$$

Por lo tanto, *dentro de la dinámica gravitacional newtoniana* no hay más opción sino la especulación sobre la existencia de un supuesto halo de materia oscura esotérica

2. *Segunda parte de la interpretación.* La segunda parte de la interpretación del equipo de Rubin es la siguiente: *dada una dinámica newtoniana*, surge una incompatibilidad entre la masa visible (estrellas y gas) que se observa por medio de su radiación en alguna frecuencia del espectro electromagnético, por un lado, y la constancia de la velocidad orbital, por otro lado, de modo que *se requieren enormes cantidades adicionales de masa, que aumentan linealmente con la distancia.* Esto se deduce directamente de la dinámica newtoniana. Dado la velocidad orbital en esta dinámica y dado el hecho empírico que la constante gravitacional G y la velocidad orbital v son constantes, es decir más o menos independientes del radio r, la única manera, *dentro de esta dinámica*, de resolver este problema es la conjetura de que la masa total M contenida en la esfera con radio r aumenta *linealmente* con este radio (véase el mismo Cuadro Matemático 14.1)

3. *Tercera parte de la interpretación*. Dado que en esta interpretación la *masa total* de la galaxia *aumenta* linealmente con el radio, y dado que la *masa visible disminuye* rápidamente según aumenta la distancia del centro de la galaxia, se sigue, por lógica, que *en la medida que nos alejamos del centro de la galaxia, la materia oscura no asociada a la materia visible aumenta*. En consecuencia, la razón entre masa total y luminosidad (M/L) aumenta dramáticamente, en la medida que nos alejamos del centro de la galaxia.

Gráfica. La teoría sobre la relación entre la masa y su distancia del centro en galaxias Sa y Sc



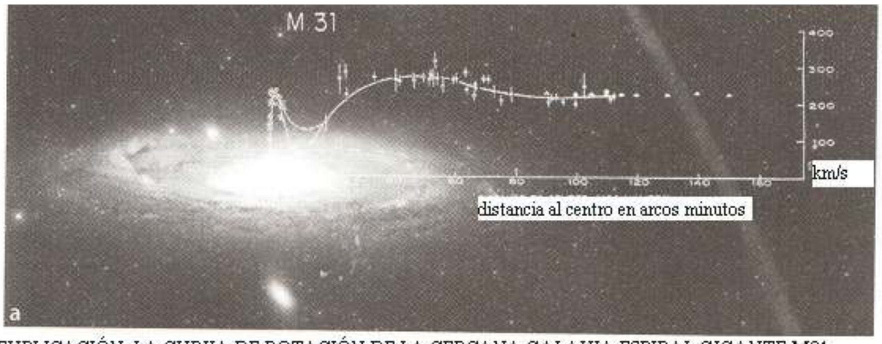
Es importante señalar que en estos tres puntos interpretativos NO se trata de una observación, como las anteriores. No se está observando la materia oscura, porque la materia oscura es precisamente esto: oscura, como señala Rubin: "*Todos los intentos para detectar un halo [de materia oscura] por medio de su radiación [en la frecuencia] de luz visible, infrarroja, radio o rayos X han fracasado.*"[533] Toda la conjetura sobre el halo de materia oscura depende de la verdad del supuesto teórico de que las velocidades orbitales en las galaxias espirales se expliquen por una la dinámica gravitacional newtoniana, lo que obliga a la hipótesis especulativa que la masa total de la galaxia incrementa linealmente con el radio, como en la gráfica anterior.

Una vez publicada la idea del halo de materia oscura exótica en el *Scientific American*, muchos cosmólogos empezaron a hacer referencia a este mito de un halo de materia oscura exótica, disociada de la materia visible, en galaxias espirales, como si fuera un hecho científico establecido. Por ejemplo, Kolb & Turner, reproducen algunas curvas de rotación planas y afirman que "*Las mediciones de curvas de rotación indican que virtualmente todas las galaxias espirales tienen un "halo" oscuro y difuso asociado a la galaxia, que contribuye por lo menos una cantidad de masa 3 a 10 veces la de la masa de materia visible.*"[534] En 2002, Hawking atribuyó a un halo de *materia oscura exótica en una dinámica newtoniana*, el hecho de que las estrellas de los bordes de las galaxias espirales como la Vía Láctea, NGC 3198 o NGC 9646, son mantenidas en sus órbitas y no lanzadas al espacio externo. Hawking presentó el hecho como la prueba "*más convincente*" en favor de la existencia de materia oscura exótica.[535] Longair reprodujo una imagen de la galaxia espiral M31, cortesía de Rubin, completa con la curva de rotación plana dibujada por Rubin en la foto:

---

[533] Vera Rubin, "Dark Matter in Spiral Galaxies", en: *Scientific American* vol. 248 (1983): 98
[534] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (19945): 17-18
[535] Stephen Hawking, *El Universo en una Cáscara de Nuez* (2005): 186

Imagen. Foto de la galaxia espiral M31 en la cual Vera Rubin dibujó la curva de rotación plana [536]



EXPLICACIÓN: LA CURVA DE ROTACIÓN DE LA CERCANA GALAXIA ESPIRAL GIGANTE M31
REVELANDO QUE LA PARTE PLANA DE LA CURVA SE EXTIENDE MÁS ALLÁ DE LA IMAGEN OPTICA

Comentando el trabajo y la teoría de Rubin,[537] Longair hizo referencia al hecho de que solamente una dinámica gravitacional *newtoniana* justifica la especulación sobre materia oscura:

> *"Vera Rubin y su equipo fueron los pioneros en el estudio de las curvas de rotación de galaxias (...). [E]n las regiones exteriores de las galaxias, las curvas de velocidad [rotacional] son notablemente planas, es decir, v_{rot} es constante. La significancia de este resultado puede apreciarse a partir de un simple cálculo newtoniano. Si la galaxia es esférica y la masa dentro del radio r es M, entonces la velocidad circular rotacional a distancia r se obtiene al igualar la aceleración gravitacional hacia dentro, GM/r^2, con la aceleración centrípeta v_{rot}^2/r de tal manera que $v_{rot} = (GM/r)^{1/2}$. Entonces, si v_{rot} es constante, se sigue que $M \propto r$, de manera que la masa dentro del radio r incrementa linealmente con la distancia del centro. Este resultado contrasta (…) con la distribución de masa basada en la luminosidad de superficie de las galaxias espirales, que disminuye más rápidamente con la distancia del centro que r^{-2}."*[538]

La especulación sobre la existencia de materia oscura no-bariónica se extiende hacia cúmulos de galaxias. En un *survey* reciente de cúmulos de galaxias, Hans Böhringer estableció que las proporciones de materia oscura y materia bariónica visible son 85% y 15%, respectivamente y que el 15% que corresponde a materia bariónica visible se reparte entre estrellas y gas, 2% y 13% en los cúmulos grandes, y 5% y 10% en los cúmulos pequeños.[539]

Para investigar *la ubicación* de la materia oscura en los cúmulos, se han aprovechado las circunstancias especiales que ocurren cuando éstos chocan y se atraviesan. Baade y Minkowski fueron los que "*por primera vez*"[540] en el siglo xx observaron, conscientes de lo que estaban viendo, y describieron detalladamente "*el caso extremadamente raro de dos galaxias en proceso de colisión*", con un

---

[536] Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008): 67
[537] Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008): 66-69 y Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 248-253
[538] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 248-249
[539] Según Hans Böhringer del Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik, en "Galaxy clusters as cosmological probes", conferencia dada en la Universidad Iberoamericana, el 16 de abril de 2008
[540] Walter Baade & Rudolph Minkowski, "Identification of the radio sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A", en: *Astrophysical Journal*, vol. 119 (1954): 207, 208

diámetro combinado de 10,000 pársecs en 1953, en Casiopea, a una distancia de $3.3*10^7$ pársecs de la Tierra y un corrimiento al rojo de 16,830 *km/s*.[541] Según los autores las radiaciones electromagnéticas en el espectro visible y de radio son localmente distinguibles, aunque proceden de discos del mismo diámetro, pertenecientes al mismo sistema y, además, "*la energía cinética relativa de las galaxias en colisión es la fuente de energía de la emisión de ondas de radio*."[542] Los autores explican el por qué de esta circunstancia:

> *"Con respecto a las estrellas de los dos sistemas en colisión, ésta no las afecta en absoluto. La distancia promedio entre dos estrellas es tan grande que las dos galaxias se penetran sin colisiones de estrellas individuales. Pero, la situación es muy diferente para el gas y el polvo insertado (embedded) en los dos sistemas. Dado las trayectorias libres más cortas de las partículas de gas y polvo, la colisión de las dos galaxias conlleva una colisión real del gas y polvo insertados, que se calientan hasta temperaturas muy altas, dado que las velocidades de colisión varían de cientos a miles de kilómetros por segundo."*[543]

Ahora bien, el hecho de que en el caso de una colisión de galaxias o cúmulos de galaxias, las estrellas no chocan, pero el gas sí, significa que en algunos casos, *el gas calentado queda separado de las estrellas*. Recientemente, esta circunstancia ha sido aprovechada para corroborar la hipótesis sobre la existencia y ubicación de la materia oscura en estos sistemas en colisión. En el caso del cúmulo de galaxias 1E0657-558 conocido como el *Bullet Cluster*, Clowe y su equipo corroboraron que se trata de dos cúmulos en colisión, visto de lado.[544]



Imagen. La materia oscura (azul) asociada a las galaxias y disociada del plasma (rosa)

Las nubes de plasma caliente de cada cúmulo se mezclaron y redujeron su velocidad relativa, pero las galaxias de estrellas no chocaron físicamente, de modo que el plasma visible y las galaxias se separa-

[541] Walter Baade & Rudolph Minkowski, "Identification of the radio sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A", en: *Astrophysical Journal*, vol. 119 (1954): 212

[542] Walter Baade & Rudolph Minkowski, "Identification of the radio sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A", en: *Astrophysical Journal*, vol. 119 (1954): 214

[543] Walter Baade & Rudolph Minkowski, "Identification of the radio sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A", en: *Astrophysical Journal*, vol. 119 (1954): 212

[544] Douglas Clowe *et al*., "A direct empirical proof of the existence of dark matter", arXiv:astro-ph/0608407, reproducido después en: *Astrophysical Journal Letters* (2006). También, *idem*, "Colliding clusters shed light on dark matter," en: *Scientific American* (agosto 22, 2006)

ron espacialmente. La separación de galaxias y plasma permite estimar las proporciones de la materia bariónica *visible* de ambos —10% y 90%, respectivamente—, a partir de su respectiva luminosidad. Al observar que un efecto del *lensing* gravitacional débil —una leve distorsión de la forma elíptica de las galaxias— se da más donde hay galaxias, con poca masa visible, que en la región con plasma, con mucha masa visible, se corrobora la hipótesis de que *la ubicación de la materia oscura es alrededor dec las estrellas de las galaxias individuales*, sobrecompensando su falta de materia visible, para generar el efecto del *lensing* observado.

Los mismos autores señalan los límites de su investigación. En primer lugar, los autores parten del supuesto de una densidad de masa total de $\Omega_m \cong 0.3$, de modo que este dato no es un resultado de su investigación. En segundo lugar, existe incertidumbre en la medición de la luminosidad de las estrellas, y también en el carácter aproximado de la 'ley' de conversión de la luminosidad en masa bariónica visible. Esta ley de conversión es diferente para estrellas binarias con masa conocida;[545] para estrellas solitarias;[546] o para materia visible (estrellas y gas) de galaxias o cúmulos de galaxias, donde Clowe usa el factor de conversión de Kauffmann.[547] Reiprich y Böhringer reportan grandes incertidumbres en la estimación de la densidad de masa de cúmulos de galaxias con base en la observación de radiación de rayos-X.[548] La masa de cúmulos también se puede estimar con base en las velocidades y distancias de las galaxias.[549]

CUADRO MATEMÁTICO 14.2 Métodos para estimar la masa de estrellas y cúmulos de galaxias

Existen diferentes leyes para convertir luminosidades observadas ó velocidades y distancias observadas en estimaciones de masa de estrellas o cúmulos de galaxias.

(7) Para estrellas binarias: $M \approx \sqrt[3.8]{L}$

(8) Para estrellas solitarias, según la masa: $M_{30\,S} \approx \sqrt[3.487]{L}$ hasta $M_{0.5\,S} \approx \sqrt[4.7]{L}$

Existe una ecuación derivada del supuesto de la validez de la leyes gravitacionales newtonianas, para estimar la masa de un cúmulo de galaxias; en este caso:

(9) $M = \dfrac{2\langle v_r^{\,2}\rangle R_{cl}}{G}$,

en donde M es las masa del cúmulo, v_r la velocidad rotacional promedio de una galaxia y R_{cl} la distancia promedio entre galaxias. También existen estimaciones basadas en la luminosidad o radiación de rayos-X:

(10) Aproximación de Kauffmann y Clowe: $M \approx 2L$

---

[545] Véase Apéndice VIII, Ecuaciones astrofísicas, apartado B.3. Hannu Karttunen *et al*., *Fundamental Astronomy* (2003): 211; Erika Böhm-Vitense, *Stellar astrophysics,* vol. 1 (1989): 87 y vol. 3 (1997): 17

[546] La relación varía en correlación negativa con la masa de la estrella, de $M_{30\,S} \approx \sqrt[3.487]{L}$ hasta $M_{0.5\,S} \approx \sqrt[4.7]{L}$ como se puede deducir del cuadro en Hannu Karttunen *et al*., *Fundamental Astronomy* (2003): 230, Table 10.1

[547] Douglas Clowe *et al.,* "A direct empirical proof of the existence of dark matter", en: *Astrophysical Journal Letters* (19-VIII-2006)

[548] Thomas Reiprich & Hans Böhringer, "The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy," en: *The Astrophysicsal Journal* vol. 567 (2002): 716-740

[549] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): 18

Aunque la conclusión del estudio del equipo de Clowe es modesta, no deja de ser contundente, a saber, la materia *oscura* está asociada a las galaxias individuales y no al gas ionizado y explica el mayor potencial de *lensing* gravitacional de aquéllas, comparado con el del plasma. Las variaciones del *lensing* gravitacional "*concuerdan con las posiciones de las galaxias y no con las del gas*."[550]. Es importante señalar que *esta materia oscura está asociada a materia visible, a saber, las galaxias.* No se trata, entonces, de materia oscura 'pura', disociada de la materia visible. El equipo de Clowe no especula sobre el *carácter* de la materia oscura cuya existencia creen haber comprobado.[551]

Las conclusiones del *Bullet Cluster* 1E0657-558 fueron confirmadas por otro *merger* de *clusters*, catalogado como MACS J0025.4-1222.[552] Otra vez, el choque de dos *clusters* que se atraviesan con una velocidad de miles de kilómetros por segundo, hace 5.7 mil millones de años, separó dos tipos de materia visible, a saber, el plasma y las galaxias. Se midió la distribución del plasma caliente por la radiación de rayos X y la distribución de la masa total por el *lensing* gravitacional débil, con métodos estadísticos y otra vez, "*la distribución de la masa total en cada uno de los subclusters está claramente disociada de [la distribución de] gas caliente que emite rayos X y alineado con la distribución de las galaxias.*"[553] Con otras palabras, la materia oscura está asociada a la materia visible de las galaxias, no al gas.

Hay que señalar, una vez más, que estos cálculos se basan en el supuesto de una dinámica gravitacional newtoniana, como señalaron Brownstein y Moffat, quienes analizaron el caso del cúmulo 1E0657-558 usando un modelo basado en una dinámica relativista y llegaron a la conclusión que en esta dinámica sale sobrando la especulación sobre la materia oscura no-bariónica.[554] Volveré a este punto importante más adelante.[555]

Los resultados de la investigación sobre colisiones de *clusters* fueron indirectamente confirmados por la investigación de Richard Massey y su equipo quienes midieron la forma de medio millón de galaxias y usaron la distorsión de sus formas para reconstruir, en una dinámica gravitacional newtoniana, la distribución de la masa total intermedia que funciona como lente distorsionante. Por medios ópticos estimaron la distribución de plasma, de estrellas y la densidad de galaxias.[556] Intentaron eliminar todo tipo de distorsiones sistemáticas, pero no están seguros de haberlo logrado

---

[550] Douglas Clowe *et al*., "Catching a bullet: direct evidence for the existence of dark matter," arXiv:astro-ph/0611496

[551] Dennis Zaritsky, un miembro del equipo de Clowe, admite que no se sabe qué es esta materia oscura: "*No sabemos en qué consiste el 90% de la materia [del Universo] allá fuera*." Citado en "Colliding Clusters Shed Light on Dark Matter", en. *Scientific American* (agosto 22, 2006)

[552] Bradac Marusa, Richard Massey *et al.,* julio de 2008, "Revealing the properties of dark matter in the merging cluster MACS J0025.4-1222," arXiv:0806.2320

[553] Bradac Marusa, Richard Massey *et al.,* julio de 2008, "Revealing the properties of dark matter in the merging cluster MACS J0025.4-1222," arXiv:0806.2320

[554] Joel Brownstein & John Moffat, "The Bullet Cluster 1E0657-558 evidence shows Modified Gravity in the Absence of Dark Matter", arXiv: astro-phy/07021 y *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2007)

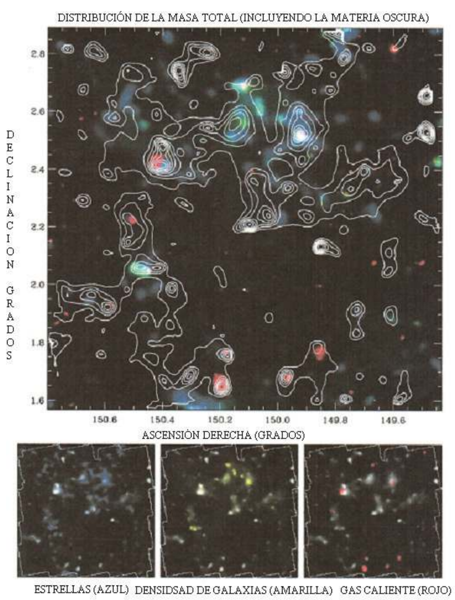
[555] Véase la Sección 14

[556] En marzo de 1904 explicaron su metodología, Richard Massey *et al*., "Probing Dark Matter and Dark Energy with Space-Based Weak Lensing", arXiv: astro-ph/0403229 y en enero de 2008 publicaron sus resultados, Richard Massey *et al*., "Dark matter maps reveal cosmic scaffolding, " en: *Nature* online

al cien por ciento.[557] De esta investigación se saca la conclusión importante que la distribución de la masa visible y la distribución de la materia oscura están correlacionados. La correlación entre masa total y masa de las estrellas es $r = 0.42$; entre la masa del lente y la densidad de galaxias, $r = 0.47$; y entre la masa del lente y el plasma, $r = 0.30$.

Claramente se deduce de estos resultados que *la supuesta materia oscura está asociada a la materia visible de estrellas y galaxias*. El hecho de que también existe cierta asociación de la materia oscura al plasma, aunque sea mucho más débil, se puede atribuir al hecho de que, fuera del caso de colisiones de cúmulos de galaxias, el plasma está asociado a las galaxias, de modo que la correlación entre distribución de materia oscura y distribución de gas caliente es espuria. Estos resultados confirman lo dicho anteriormente sobre la asociación de materia oscura a las galaxias de estrellas (y no al gas caliente) en el caso de los *mergers* de *clusters* 1E0657-558 y MASC J0025.4-1222. En las palabras de los autores, "*los bariones siguen la distribución de la materia oscura aún a escalas grandes*."[558]

Imagen. La materia oscura y la visible están acopladas



Existen dudas serias acerca de las especulaciones sobre la existencia de materia oscura exótica. En diferentes partes del mundo se construyeron detectores de WIMPs, por ejemplo, en el Livermoore National Laboratory, un detector de axiones; en Stanford, dos diferentes detectores de WIMPs, uno de Bernard Sadoulet y otro de Blas Cabrera; un detector de Peter Smith en el Rutherford-Appleton Laboratory, en Inglaterra, a una profundidad de un kilómetro; un detector en el túnel del Gran Sasso, de Ettore Fiorini de la Universidad de Milano, en Italia; y un detector consistente de cristales de

[557] La razón de materia total a materia visible de $(6*10^{15}\, M_{SOL})/(1.6*10^{14}\, M_{SOL}) = 37.5$ implica que la materia oscura sería 97.4% de la masa total, y la visible, 2.6%, lo que no coincide con las estimaciones del modelo estándar. Para explicar el "*valor grande*" de 37.5, conjeturan que exista materia "*directamente en frente del cluster*", dado que "*lensing gravitacional débil es muy sensible*" a distorsiones; o existan efectos de borde o defectos del modelo. Richard Massey *et al*., "Dark matter maps reveal cosmic scaffolding," en: *Nature*, enero de 2008, pág. 3.

[558] Richard Massey *et al*., "Dark matter maps reveal cosmic scaffolding," en: *Nature* online, enero de 2008, ps. 4-5. La materia oscura está señalada por los contornos de color gris en la primera imagen y las manchas gris en las otras.

germanio y silicio, a gran profundidad, en Fermilab, en Illinois, EUA. *Después de años de búsqueda, no se ha detectado hasta la fecha una sola señal de las WIMPs.*

Existen también objeciones teóricas. El supuesto que los WIMPs sean *partículas masivas de baja velocidad* implica que *conglutinan a escala galáctica*. De esta manera prestarían una ayuda hipotética en la formación de las galaxias, pero, Smoot comenta que la misma tendencia de materia oscura a conglutinar galaxias individuales, implica que habría "*menos materia oscura [exótica] a escalas más grandes*", con otras palabras, "*la materia oscura fría*[559] *no sería suficiente para explicar la cantidad de aglutinamiento a escalas más grandes, por ejemplo, cúmulos de cúmulos de galaxias.*"[560] Luego existen los así llamados *Massive Compact Halo Objects* (MACHOs), constituidos por materia bariónica oscura, por ejemplo, enanas café y pequeñas estrellas difíciles de detectar. Se han buscado estos objetos en las *Large Magellanic Clouds* y *Small Magellanic Clouds* y hasta el año 2000 se habían detectado 16 de estos objetos mediante el método de *gravitational lensing*.[561] Erika Böhm-Vitense, una astrofísica muy ajena a toda especulación cosmológica, al grado que en su libro no aparecen los términos *dark matter* y *dark energy*, señala que las estrellas más pequeñas tienen una masa del 6 % del Sol (por ejemplo, las estrellas Ross 614 B y Wolf 424 A), pero que son muy difíciles de detectar, de modo que no sabemos cuánta masa representan en el Universo: "*Parece posible que exista una gran cantidad de masa en estrellas de poca masa, si existen muchas de ellas. Hasta la fecha pocas han sido descubiertas. Dado que son tan tenues, es difícil observarlas.*"[562]

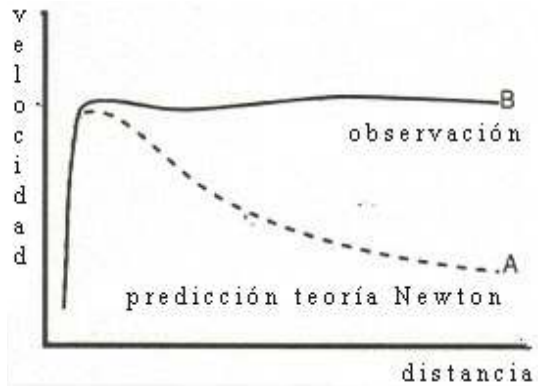
Sección 14.2. Una dinámica relativista de galaxias sin materia oscura no-bariónica

La interpretación de Rubin, Kolb y Turner, Hawking, y Longair y otros muchos cosmólogos sobre la existencia de materia oscura no-bariónica depende de la verdad del supuesto de que en la dinámica gravitacional de galaxias y de cúmulos de galaxias, se debe aplicar la dinámica newtoniana. Para entender que este supuesto es discutible, hemos de replantear la esencia del problema, por medio de la siguiente gráfica, que tiene *tres posibles explicaciones*:

1. Se cierra la brecha entre predicción newtoniana y las observaciones de las curvas de rotación planas al postular la existencia de un halo de materia oscura, cuya cantidad va en aumento en la medida que nos alejamos del núcleo de la galaxia, según la fórmula propia de la dinámica newtoniana $M = [(v^2 r)/G] \Rightarrow \Delta M \propto \Delta r$.
2. Se modifica arbitrariamente la dinámica newtoniana, para liberarnos de la odiosa conjetura de una masa total que aumenta linealmente con el radio de la galaxia, tal como la vemos representada en la gráfica, reproducida arriba, sobre la relación entre la masa total y su distancia del centro en galaxias tipos Sa y Sc.
3. Se sustituye la dinámica newtoniana por una dinámica relativista, y explicamos la dinámica gravitacional de galaxias espirales y cúmulos de galaxias, sin necesidad de la especulación sobre un halo de materia oscura disociada de la materia visible.

[559] Materia oscura no bariónica se llama fría si se trata de partículas de baja velocidad, como los supuestos WIMPs
[560] George Smoot & Keay Davidson,, *Wrinkles in Time* (1993): 172
[561] Mario Livio, *The Accelerating Universe* (2000): 94.
[562] Erika Böhm-Vitense, *Introduction to stellar astrophysics*, vol. 3, *Stellar structure and evolution* (1997): 259

Gráfica. Dinámica observada y newtoniana-esperada de la velocidad de rotación de galaxias



Acabamos de explicar la primera hipótesis, que es la newtoniana con materia oscura esotérica (Sección 14.1). La segunda hipótesis fue desarrollada por Mordechai Milgrom un astrofísico israelita, en su teoría MOND (*Modified Newtonian Dynamics*), en diferentes publicaciones desde 1983.[563] Milgrom mantiene la segunda ley de movimiento de Newton, pero la modifica para aceleraciones muy bajas tal como las encontramos a grandes distancias de centros de masa.[564] El problema de esta solución es que la división entre aceleraciones 'altas', por un lado, y 'bajas', por otro lado es arbitraria, y la modificación de la dinámica newtoniana no corresponde a leyes físicas conocidas. Milgrom es muy consciente de este hecho y plantea el siguiente dilema: ó materia oscura esotérica ó MOND: "*Materia oscura es la única explicación que los astrónomos han podido encontrar para las varias discrepancias de masa, siempre y cuando nos apeguemos a las leyes aceptadas de la física; pero, si aceptamos una desviación de estas leyes estándar, podríamos prescindir de la materia oscura.*"[565] Milgrom prefiere su versión heterodoxa de las leyes de Newton. Mario Livio está de acuerdo con Milgrom que solamente existen estas dos posibles soluciones al problema, pero prefiere la primera, de la materia oscura: "*Solamente existen dos maneras de explicar las altas velocidades de estas nubes [y estrellas], a saber, ó hemos de abandonar las leyes newtonianas de la gravitación ó la causa es la atracción gravitacional de materia invisible.*"[566]

Es notable que Rubin, Kent, Milgrom, Livio, Kolb, Turner, Hawking, Longair y otros muchos astrofísicos profesionales sostuvieron que las leyes aceptadas de la física aplicables en este caso son las newtonianas. Peebles fue más cauteloso y expresó dudas con respecto a la dinámica newtoniana, sin dar, sin embargo, seguimiento a sus propias dudas.[567] Peebles señaló, en 1993, que bien puede ser que la dinámica Newtioniana sea inadecuada para explicar el fenómeno de la rotación de galaxias espirales, lo que representa un reto para la cosmología moderna. "*El descubrir la naturaleza de la materia oscura, ó el explicar por qué la mecánica newtoniana usada para inferir su existencia es errónea, es una de los retos más interesantes e inmediatas de la cosmología hoy*."[568]

[563] Mordechai Milgrom, "Do Modified Newtonian Dynamics Follow from the Cold Dark Matter Paradigm?", en: *Astrophysical Journal* (may 2002)
[564] Milgrom sugiere para aceleraciones bajas una velocidad orbital *independiente de la distancia*: $a << a_0$ & $a_0 = 1.2*10^{-10} ms^{-2}$ & $F = a^2 / a_0 \Rightarrow a = \sqrt{GMa_0}/r$ lo que con $a = v^2 / r$ nos da $v = (GM\, a_0)^{1/4}$
[565] Mordechai Milgrom, "Does Dark Matter Really Exist?", en: *Scientific American* (agosto de 2002): 42-52
[566] Mario Livio *The Accelerating Universe* (2000): 90
[567] James Peebles, "Dark Matter", en. *Principles of Physical Cosmology* (1993): 417-456
[568] James Peebles, "Dark Matter", en. *Principles of Physical Cosmology* (1993): 417-456 (subrayado mío).

Quienes aceptaron este reto fueron dos equipos, el de Cooperstock y Tieu, y el de Brownstein y Moffat. Ambos equipos ofrecieron, uno independientemente de otro, doce años después de lo expuesto por Peebles, *una solución física ortodoxa, apegada a la teoría de la relatividad general de Einstein.*[569] Según Cooperstock y Tieu:

> *"Al descartar la teoría general a favor de la teoría gravitacional newtoniana, algunos autores no prestaron atención suficiente al hecho de que las estrellas que componen las galaxias, se mueven por la gravedad (son 'gravitanionally bound'). Se sabe desde el tiempo de Eddington que problemas de un sistema 'atado gravitacionalmente' son intrínsecamente problemas no-lineales aún cuando las condiciones son tales que el campo es débil y la velocidad de los movimientos no-relativista."* [570]

Eddington mencionó esta posibilidad para un sistema variable en el tiempo, y los autores extienden el modelo a problemas no-lineales, no dependientes del tiempo, como en el caso de la rotación de galaxias espirales. Dada la forma particular de galaxias espirales, los autores usan coordenadas cilíndricas polares, lo que conlleva la peculiaridad de que la densidad de masa en el eje z —de arriba hacia abajo o vice-versa— primero aumenta, hasta $z = 0$, y luego disminuye, lo que implica una discontinuidad en la primera derivada y el gradiente de la densidad de masa en el plano $z = 0$.

En su primera publicación de 2005, los autores analizaron cuatro galaxias espirales, entre ellas la Vía Láctea,[571] concibiéndolas como sistemas análogos a "*fluidos rotando uniformemente sin presión y simétricos alrededor del eje de rotación*,"[572] y explicaron su dinámica rotacional por la atracción gravitacional ejercida por materia bariónica (visible e invisible), con la forma conocida del disco visible, *en una dinámica gravitacional relativista* (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 14.3 La masa de una galaxia espiral en una dinámica relativista según Cooperstock y Tieu

Cooperstock & Tieu parten de la ecuación de la geodésica 'de caída libre' adaptada a coordenadas cilíndricas polares r y z: [573]

$$(11)\quad ds^2 = -e^{v-w}(u\,dz^2 + dr^2) - r^2 e^{-w} d\phi + e^{w}(c\,dt - N\,d\phi)^2$$

en donde u, v, w, y N son coeficientes cuyo valor es una función de las coordenadas r y z. Por diferentes razones,[574] podemos simplificar esta ecuación, poniendo $u = 1$ y $w = 0$:

$$(12)\quad ds^2 = -e^{v}(dz^2 + dr^2) - r^2 d\phi + (c\,dt - N\,d\phi)^2$$

---

[569] Fred Cooperstock & Steven Tieu, *General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter* (2005): arXiv:astro-ph/0507619

[570] Cooperstock & Tieu, *General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter* (2005): arXiv:astro-ph/0507619, págs. 2-3

[571] La Vía Láctea, NGC 3031, NGC 3198, NGC 7331

[572] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter" (2005): arXiv:astro-ph/0507619, pág. 4

[573] Véase el Apéndice VI B

[574] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en: *International Journal of Modern Physics* vol. 22 (2007): 4-5

Obtenemos la relación entre la velocidad angular ω, la velocidad tangencial V y el coeficiente N, usando $\bar{\phi} = \phi + \omega(r,z)\,t$:[575]

$$(13)\quad \omega = \frac{N c}{r^2}$$

$$(14)\quad V = \omega\, r$$

de modo que por (13) y (14):

$$(15)\quad V = \frac{N c}{r}$$

Las ecuaciones de campo de Einstein para N y ρ en *un campo débil constituido por una nube de partículas en rotación, sin presión ni fricción*, son:[576]

$$(16)\quad N_{rr} + N_{zz} - \frac{N_r}{r} = 0 \text{ y}$$

$$(17)\quad \frac{N_r^{\,2} + N_z^{\,2}}{r^2} = \frac{8\pi G \rho}{c^2}$$

La (16) se puede escribir como una función del potencial gravitacional ϕ para galaxias en rotación:

$$(18)\quad \nabla^2 \phi = 0$$

en donde el valor cero se debe a la ausencia de presión y fricción en un sistema de partículas en rotación. Si no hubiera rotación, se necesitaría presión (un valor no-cero) para tener un sistema estable, como en la ecuación de Poisson de la gravedad newtoniana del campo débil:[577]

$$(19)\ \text{Newton: } \nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

Análogamente a la derivación del campo y el potencial gravitacionales newtonianos,[578] obtienen Cooperstock & Tieu el potencial gravitacional de un sistema de partículas en rotación sin presión ni fricción:

$$(20\ )\ \text{potencial: } \phi = \int \frac{N}{r} dr \;\Rightarrow\; \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \int \frac{N}{r} dr = \frac{N}{r}$$

De (15) y (20), obtenemos la velocidad rotacional o tangencial:

$$(21)\quad V = c\,\frac{N}{r} = c\,\frac{\partial \phi}{\partial r}$$

---

575 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en *International Journal of Modern Physics* vol. 22 (2007): 4

576 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en: *International Journal of Modern Physics* vol. 22 (2007): 5

577 Véase la ecuación (239) del apéndice VI B

578 Véase el Apéndice II y VI B para la derivación del campo y el potencial gravitacionales newtonianos

En coordenadas cilíndricas polares, la solución de la (18) es: [579]

(21) $\phi = Ce^{-k|z|}J_0(kr)$

en donde J_0 es la función de Bessel $J_m(kr)$ para masa cero ($m = 0$) y C una constante arbitraria. Dada que la ecuación (18) es lineal, podemos reescribir la (21) como una sumatoria lineal:

(22) $\phi = \sum_n C_n e^{-k_n|z|}J_0(k_n r)$

Por (21) y (22), obtenemos:

(23) $V = c\dfrac{\partial\phi}{\partial r} = -c\ \sum_n C_n k_n e^{-k_n|z|}J_1(k_n r)$

Y de (21) y (23), obtenemos:

(24) $N = \dfrac{V\,r}{c} = -\sum_n C_n k_n r\,e^{-k_n|z|}J_1(k_n r)$

Basta sumar $\sum_n C_n k_n$ de $n=1$ a $n=10$ para obtener curvas de velocidad rotacional en donde las observaciones encajan perfectamente bien en la predicción teórica:

(25) $V(r,z) = -c\sum_{n=1}^{10} C_n k_n e^{-k_n|z|}J_1(k_n r)$ y

(26) $N(r,z) = -\sum_{n=1}^{10} C_n k_n r\,e^{-k_n|z|}J_1(k_n r)$

De (25) y (26), y tomando en cuenta que $c = 3*10^8\,m/s$ obtenemos:[580]

(27) $V(r,z) = \dfrac{3*10^8}{r}N(r,z)$

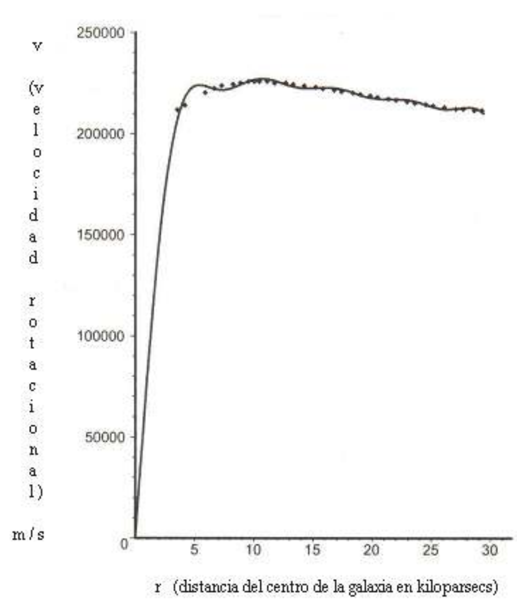
Cada galaxia es diferente, y tiene sus propios valores de los coeficientes C_n y k_n. Cooperstock & Tieu dan en el Apéndice de su artículo los valores de cuatro galaxias, entre ellas la Vía Láctea, para $n=1$ hasta $n=10$. Estos valores y las ecuaciones (25) a (27) permiten reproducir con *Mathematica* de Wolfram, versión 6, las mismas curvas de velocidad rotacional publicadas por los autores.

Lo que Rubin, Hawking, Livio y muchos otros astrofísicos y cosmólogos atribuían a un halo de *materia oscura exótica en una dinámica gravitacional newtoniana*, lo explican estos autores por *materia bariónica ordinaria en una dinámica gravitacional relativista.* Este método da como resultado "*una curva de velocidad plana, a partir de una masa del disco de un orden de magnitud menor que la supues-*

[579] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en: *International Journal of Modern Physics* vol. 22 (2007): 9
[580] *Ibidem,* Appendix, pág. 30

ta masa del halo de materia oscura exótica."[581] Su hipótesis, que no requiere "*halos de materia oscura en la composición de la masa galáctica total*"[582] quedó corroborada: "*Vemos que la no-linealidad del cálculo de la densidad propia de las ecuaciones de campo de Einstein para una distribución de masa estacionaria, simétrica alrededor del eje, y libre de presión, aún en el caso de campos gravitacionales débiles, conduce a curvas de velocidad galáctica correctas, en contraste con las curvas incorrectas que habían sido derivadas de la teoría gravitacional newtoniana.*"[583] Las observaciones coinciden con las predicciones del modelo, como se aprecia en la siguiente gráfica de Cooperstock y Tieu: [584]

Gráfica. La curva de velocidad rotacional de la Vía Láctea
de la teoría relativista de Cooperstock y Tieu



Es esencial en la ciencia, que las pruebas ofrecidas por unos autores sean repetibles por otros autores. Con el programa Mathematica de Wolfram, Alfredo Sandoval y yo pudimos reproducir las mismas gráficas de velocidad rotacional,[585] descubriendo, sin embargo, que *variaciones a partir de la quinta cifra decimal del valor de los coeficientes* C_n *y* k_n *afectan los resultados de manera notable*. A continuación reproduzco la gráfica correcta de la velocidad rotacional de la Vía Láctea en una dinámica relativista.

---

581 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0507619 (2005): 11

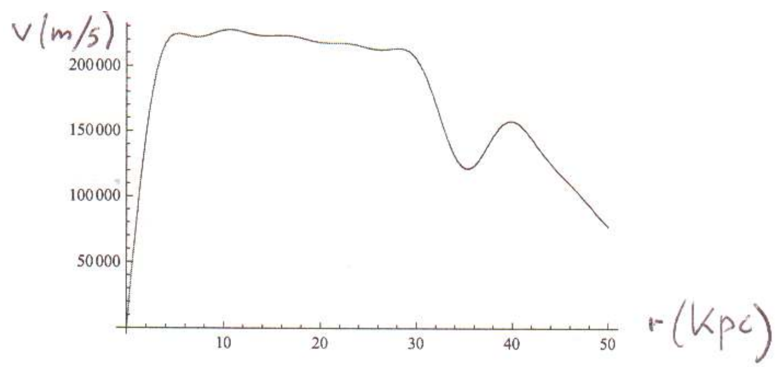
582 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0507619 (2005): 3

583 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en *International Journal of Modern Physics A* vol. 22 (2007): 29

584 Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General Relativity Resolves Galactic Rotation Without Exotic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0507619 (2005) y "Galactic Dynamics via General Relativity", en *International Journal of Modern Physics A* vol. 22 (2007): 7. Los puntitos representan las observaciones, la curva representa la predicción teórica

585 Simulaciones realizadas por Alfredo Sandoval y John Auping con Mathematica de Wolfram, Versión 6.

Gráfica. La curva de velocidad rotacional de la Vía Láctea de la teoría relativista reproducida con Mathematica de Wolfram



El trabajo de Cooperstock y Tieu, ha suscitado bastante interés y algunas críticas públicas, a saber, de Korzynski,[586] Vogt y Letelier,[587] y Garfinkle,[588] y a estas críticas los autores han respondido satisfactoriamente.[589] Veamos muy brevemente estas críticas y la respuesta de Cooperstock y Tieu.

Algunos académicos expresaron dudas sobre la validez de la relatividad general en un sistema con un campo gravitacional débil y velocidades no-relativistas. Cooperstock y Tieu explican que si bien es cierto que tanto el sistema solar como una galaxia espiral tienen estas dos características, existe también una gran diferencia entre ambos, a saber, en el sistema solar los planetas casi no contribuyen a la masa central, de modo que son guiados por el campo gravitacional casi sin contribuir a él, mientras en una galaxia, "*los elementos de materia son a la vez guiados por y contribuyentes esenciales a el campo gravitacional, lo que no cambia el hecho de que el campo es débil, pero sí cambia la naturaleza de la dinámica [gravitacional] y la conexión entre el campo y la fuente*"[590] y que "*nadie, hasta donde sabemos, ha encontrado una razón válida para poner en duda nuestra tesis central, a saber, que la relatividad general, la teoría de gravedad a la cual damos preferencia, exhibe no-linealidades esenciales en objetos de escala galáctica.*"[591]

El uso de coordenadas cilíndricas polares conlleva la peculiaridad de que la densidad de masa en el eje z —de arriba hacia abajo o vice-versa— primero aumenta, hasta $z = 0$, y luego disminuye, lo que implica —en el caso de tomar el valor absoluto del eje $|z|$ — una discontinuidad en la primera derivada y el gradiente de la densidad de masa en el plano $z = 0$. Korzynski,[592] y Vogt y Letelier[593] sacan conclusiones físicas extravagantes de lo

[586] Nikolaj Korzynski, "Singular disk of mater in the Cooperstock-Tieu galaxy model," arXiv:astro-ph/0508377
[587] Daniel Vogt & Patricio Letelier, "Presence of exotic matter in the Cooperstock and Tieu galaxy model," arXiv:astro-ph/0510750
[588] David Garfinkle, "The need for dark matter in galaxies", arXiv:gr-qc/051182
[589] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Perspectives on Galactic Dynamics via General Relativity," arXiv:astro-ph/ 0512048 y "Galactic Dynamics via General Relativity", en *International Journal of Modern Physics A* vol. 22 (2007): 17-28
[590] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Perspectives on Galactic Dynamics via General Relativity," arXiv:astro-ph/ 0512048, pág. 9
[591] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Perspectives on Galactic Dynamics via General Relativity," arXiv:astro-ph/ 0512048, pág. 3
[592] Nikolaj Korzynski, "Singular disk of mater in the Cooperstock-Tieu galaxy model," arXiv:astro-ph/0508377
[593] Daniel Vogt & Patricio Letelier, "Presence of exotic matter in the Cooperstock and Tieu galaxy model," arXiv:astro-ph/0510750

que no es más que un defecto inevitable del modelo matemático cilíndrico en el plano $z = 0$. Korzynski especula que en este plano se encuentra una capa delgada de masa enorme que se sale de la distribución continua de masa propia de la galaxia, lo que según él es "*no- físico* (*unphysical*)" mientras que Vogt y Letelier ponen en $z = 0$ una masa con energía negativa, constituida por objetos esotéricos, como cuerdas cósmicas y '*struts*'. En respuesta a esta crítica, Cooperstock y Tieu explican que la masa realmente existente en el plano $z = 0$, que no sale de la distribución continua de la densidad de masa, se puede obtener mediante una integración (desde arriba, o desde abajo) con límite en $z = 0$. Garfinkle critica un modelo del cual Cooperstock y Tieu demuestran que no es el usado por ellos, de modo que la crítica de Garfinkle no procede.

En honor a Vogt y Letelier hay que mencionar, que ellos mismos, en un ensayo de 2008, calcularon el avance del periastro para órbitas elípticas relativistas de partículas (*test particles)* en un disco galáctico más o menos grueso, con coordenadas cilíndricas, demostrando que, a mayor excentridad de la órbita, el ángulo del avance del periastro puede aumentar o disminuir, dependiendo de si "*tenemos discos altamente relativistas*" o "*discos menos relativistas*".[594]

Independientemente de Cooperstock y Tieu, otro equipo canadiense, constituido por Brownstein y Moffat, diseñaron un modelo gravitacional relativista, llamado *Modified Gravity* (MOG), en el cual modifican la ley newtoniana de la aceleración a partir de la teoría de la relatividad general.[595] Corroboraron su teoría con los datos de más de 160 galaxias.[596] En el siguiente cuadro matemático sintetizo la esencia de esta nueva teoría relativista.

CUADRO MATEMÁTICO 14.4 La masa de una galaxia espiral en una dinámica gravitacional relativista según Brownstein y Moffat

Brownstein y Moffat parten de la ecuación modificada de Moffat de la ley de aceleración de Newton:

$$(28)\quad a(r) = -\frac{G_\infty M}{r^2} + G_0\sqrt{M_0 M}\left\{\frac{e^{-r/r_0}}{r^2}(1+\frac{r}{r_0})\right\}$$

y dado que la constante gravitacional efectiva es:

$$(29)\quad G_\infty = G_0\left(1+\sqrt{\frac{M_0}{M}}\right),$$

obtenemos, combinando (28) y (29):

$$(30)\quad a(r) = -\frac{G_0 M}{r^2}[1+\sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1-e^{-r/r_0}(1+\frac{r}{r_0})\right\}]$$

---

594 Daniel Vogt & Patricio Letelier, "Exact General Relativistic Discs and the Advance of Perihelion", en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2008) y en arXiv:0805.3138 (2008): 10.

595 Joel Brownstein & John Moffat, "Galaxy Rotation Curves Without Non-Baryonic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0506370 (2005)

596 Joel Brownstein & John Moffat, "Galaxy Rotation Curves Without Non-Baryonic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0506370 (2005): 18-28

Esta ecuación, al sumar la aceleración newtoniana y la relativista, es análoga a la se puede apreciar en el Apéndice VI B sobre la relatividad general:[597]

$$(31)\ \overline{F}_{EINSTEIN} = m(\overline{a}_{NEWTON} + \overline{a}_{EINSTEIN}) = m\{\frac{d^2x^\eta}{(ds)^2} + \Gamma^\eta_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\}$$

Los términos M_0 y r_0 NO representan una masa y un radio cuyo valor se obtiene integrando sobre un volumen, sino parámetros con valor constante. En el caso de galaxias de bajo (LSB) y alto brillo (HSB) en la superficie, los valores de estas constantes son:

$$(32)\ M_0 = 9.60 * 10^{11} M_{SOL}\ \text{ y}$$

$$(33)\ r_0 = 13.92\ kpc = 4.30 * 10^{20} m$$

En el caso de galaxias enano con una escala menor:

$$(34)\ M_0 = 2.40 * 10^{11} M_{SOL}$$

$$(35)\ r_0 = 6.96\,kpc = 2.15 * 10^{20} m$$

Dado que, según Newton:[598]

$$(36)\ a(r) = \frac{v^2}{r},$$

obtenemos, combinando (30) y (36), la ley de la aceleración modificada:

$$(37)\ v(r) = \sqrt{\frac{G_0 M}{r}}[1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1 - e^{-r/r_0}(1 + \frac{r}{r_0})\right\}]^{1/2}$$

En el caso de una galaxia simétrica, cuya densidad de masa contiene un núcleo (*core*) interior a distancia $r = r_c$, la aceleración de la ecuación (30) se transforma en la (38) para galaxias HSB y en la (39) para galaxias LSB y enanos, respectivamente:

$$(38)\ a(r) = -\frac{G_0 M\left(\frac{r}{r + r_c}\right)^3}{r^2}[1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1 - e^{-r/r_0}(1 + \frac{r}{r_0})\right\}]$$

$$(39)\ a(r) = -\frac{G_0 M\left(\frac{r}{r + r_c}\right)^6}{r^2}[1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1 - e^{-r/r_0}(1 + \frac{r}{r_0})\right\}]$$

---

597 Ecuación (170) del Apéndice VI B

598 Véase ecuación (2) del cuadro matemático 14.1

En estos casos la velocidad rotacional para galaxias HSB se transforma en la (40) y para galaxias LSB y enanos en (41), respectivamente:

$$(40)\quad v(r)=\sqrt{\frac{G_0 M}{r}\left(\frac{r}{r+r_c}\right)^{3/2}}[1+\sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1-e^{-r/r_0}(1+\frac{r}{r_0})\right\}]^{1/2}$$

$$(41)\quad v(r)=\sqrt{\frac{G_0 M}{r}\left(\frac{r}{r+r_c}\right)^{3}}[1+\sqrt{\frac{M_0}{M}}\left\{1-e^{-r/r_0}(1+\frac{r}{r_0})\right\}]^{1/2}$$

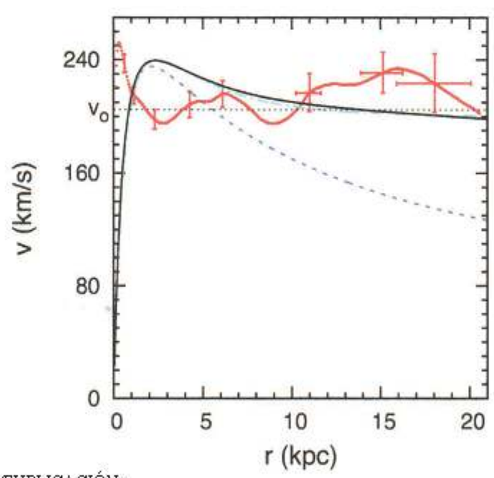
Estas ecuaciones de la aceleración y la velocidad rotacional son diferentes de las newtonianas clásicas:

$$(42)\quad a_{NEWTON}=-\frac{G_0\left(\frac{r}{r+r_c}\right)^{3\beta}}{r^2}\ (\beta=1 \text{ para HSB; } \beta=2 \text{ para LSB y galaxias enanos})$$

$$(43)\quad v_{NEWTON}\approx\sqrt{\frac{G_\infty M}{r}}\ (\text{cuando } r\to\infty)$$

Aunque Cooperstock y Tieu, por un lado, y Brownstein y Moffat, por otro lado, tienen diferentes modelos relativistas, los resultados son iguales, como se puede apreciar comparando, por ejemplo, las curvas de la velocidad rotacional de la Vía Láctea, producidas por ambos equipos. Reproduzco a continuación la curva de la velocidad de rotación de la Vía Láctea, de Brownstein y Moffat, que se puede comparar con la de Cooperstock y Tieu.

Gráfica. La curva de velocidad rotacional de la Vía Láctea según la teoría relativista MOG



EXPLICACIÓN:
Puntos rojos (con márgenes de error): observaciones de la velocidad rotacional
Curva sólida color negro. predicción por la teoría relativista MSTG
Curva interrumpida color azul: predicción por la teoría Newtoniana
Curva color verde (detrás de la curva negra): predicción de la teoría MOND

En síntesis, la dinámica gravitacional de las galaxias espirales se explica bien por la teoría general de Einstein, sin necesidad de introducir una especulación sobre un halo de materia oscura esotérica (véase la siguiente gráfica): "*El método científico ha sido más exitoso cuando se guía por 'Ockham's*

razor', que dice que no se deben introducir nuevos elementos en una teoría a no ser que sea absolutamente necesario. Si resulta que podemos explicar, en última instancia, las observaciones de la astronomía sin la adición de la materia oscura exótica, esto sería de una significancia considerable."[599]

Imagen. La dinámica de las galaxias espirales se explica por la teoría general de Einstein, y prescinde de la especulación sobre el halo de materia oscura esotérica [600]



Sección 14.3. Una dinámica relativista de cúmulos de galaxias sin materia oscura

¿Se puede extender este análisis de galaxias a cúmulos de galaxias? Cooperstock & Tieu demostraron que sí[601]: "*En la dinámica de cúmulos de galaxias se usa el teorema virial, que está basado en la teoría gravitacional newtoniana. Sería interesante introducir un teorema virial propio de la relatividad general para comparar los resultados. Solamente después de haber explorado los efectos de la relatividad general podemos opinar responsablemente sobre la viabilidad o no-viabilidad de materia oscura exótica en el Universo.* "[602]

En efecto, en 2008, Cooperstock y Tieu aplicaron la relatividad general a la dinámica gravitacional de cúmulos de galaxias, y corroboraron su hipótesis.[603] En el cuadro matemático 14.5, explico que la estimación de la masa total de cúmulos de galaxias del modelo cosmológico concordante está basada 100% en una dinámica gravitacional newtoniana. Después analizaré la solución propuesta por Cooperstock & Tieu (cuadro matemático 14.6).

---

[599] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Galactic Dynamics via General Relativity", en *International Journal of Modern Physics A* vol. 22 (2007): 17-28

[600] La galaxia espiral NGC 6946. Foto de John Duncan, *Astronomía* (2007): 223

[601] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Perspectives on Galactic Dynamics via General Relativity," arXiv:astro-ph/ 0512048 (2005) y Fred Cooperstock, "Clusters of Galaxies", en: *General Relativistic Dynamics* (2009): 135-159

[602] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "Perspectives on Galactic Dynamics via General Relativity," arXiv:astro-ph/ 0512048, pág. 3. Para el teorema virial, véase el Apéndice VIII, Sección C 1

[603] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1745-1755 y Fred Cooperstock, "Clusters of Galaxies", en: *General Relativistic Dynamics* (2009): cap. 10

CUADRO MATEMÁTICO 14.5 La estimación de la masa de cúmulos de galaxias en una dinámica newtoniana

Tenemos la ecuación de la energía cinética, que se deriva directamente de la segunda ley de movimiento de Newton:[604]

$$(44)\quad K = \frac{1}{2}mv^2$$

Si suponemos que la distribución de la velocidad es isotrópica, en las tres direcciones del sistema de coordenadas, y si suponemos, además, simetría esférica en el cúmulo de galaxias, obtenemos:

$$(45)\quad K = \frac{3}{2}M\langle v_r{}^2\rangle,$$

en donde $\langle v_r\rangle$ es la velocidad radial promedio. Suponemos la validez del teorema virial, que supone una dinámca gravitacional newtoniana:[605]

$$(46)\quad K = \frac{1}{2}\left|U_g\right|$$

Y tenemos la ley de la energía gravitacional potencial, derivada de las leyes newtonianas:[606]

$$(47)\quad \left|U_g\right| = \frac{GM_1M_2}{\langle R\rangle}$$

en donde $\langle R\rangle$ es el promedio ponderado de la distancia entre los objetos con masa M. De estas tres leyes newtonianas se deriva la función de masa de cúmulos de galaxias, como demuestro a continuación. De la (46) y (47), obtenemos:

$$(48)\quad K = \frac{1}{2}GM^2/R_{cl}$$

De la (45) y (48), obtenemos.

$$(49)\quad M = \frac{3\langle v^2\rangle R_{cl}}{G}\ (\text{nota 607}),$$

en donde M es la masa del cúmulo, $\langle v^2\rangle^{1/2}$ la velocidad rotacional promedio de una galaxia y R_{cl} la distancia promedio entre galaxias. Por lo tanto, como ya vimos en la ecuación (43) del cuadro matemático 14.4:

$$(50)\quad \langle v_{rot}\rangle = \sqrt{\frac{GM}{\langle R_{cl}\rangle}}$$

Ahora bien, la estimación de la masa de un cúmulo de galaxias[608] está basada en la dinámica gravitacional newtoniana y, por esta razón, *sobreestima la masa total del cúmulo de galaxias en varias órdenes de magnitud*, al igual que en el caso de las galaxias espirales. Al estimar la masa bariónica de

---

[604] Véase Apéndice II, ecuaciones 81-91
[605] Apartado C1 del Apéndice VIII
[606] Véase Apéndice II, ecuación 101
[607] Véase Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008): 66
[608] La ecuación 49 del cuadro matemático 14.5

estos cúmulos con base en la luminosidad,[609] y restar esta masa bariónica de la masa total, la cosmología moderna obtiene su estimación de la masa no-bariónica de los cúmulos de galaxias, que rebasa la bariónica en varias órdenes de magnitud. Vemos este modo de proceder, por ejemplo, en la construcción del teorema de Press-Schechter que data de 1974.[610]. Esta función pretende establecer el número N de objetos de diferente masa ($N_1(M_1)$, $N_2(M_2)$, $N_3(M_3)$), por volumen de espacio (por ejemplo Mpc^{-3}), que resultan cuando una nube de partículas con cierta masa total inicial (bariónica y no-bariónica) empieza a colapsar a partir de las inhomogeneidades o perturbaciones originales. Estos colapsos se repiten a diferentes escalas, en forma jerárquica, por ejemplo, a escala más grande, cúmulos de galaxias; a escala mediana, galaxias; y a escala pequeña, estrellas (con sus planetas).

CUADRO MATEMÁTICO 14.6 La ecuación de Press-Schechter

La ecuación de Press-Schechter da el número de objetos N de cierta masa M como función de la masa crítica M^*, relacionada con la causa del colapso, y del tiempo:[611]

$$(51)\quad N(M) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left(1+\frac{n}{3}\right)\frac{\bar{\rho}}{M^2}\left(\frac{M}{M^*}\right)^{(3+n)/6}\exp\left[-\frac{M}{M^*}\right]^{(3+n)/3}$$

en donde $\bar{\rho}$ es "la densidad promedio del *background model*", n es el valor del índice espectral,[612] y la masa crítica de referencia M^* se define como sigue:[613]

$$(52)\quad M^* = M_0^*\left(\frac{t}{t_0}\right)^{4/(3+n)}$$

en donde M_0^* es el valor de M^* en la época actual t_0.

En la ecuación de Press-Schechter encontramos el término de la masa crítica (M^*), que el objeto debe de alcanzar para que colapse, la cual es una función de la masa observada del objeto en cuestión en la presente epoca (M_0^*) y del tiempo transcurrido desde la nube original. El valor de esta masa crítica *se determina con las leyes de la gravitación newtoniana antes analizadas, lo que conlleva una sobreestimación de esta masa de varios órdenes de magnitud. La función de masa de Press-Schechter depende también de una estimación de la densidad de masa del modelo cosmológico que se supone válido* ($\bar{\rho}$). Originalmente, Press y Schechter usaban el modelo Einstein-de Sitter ($\Omega_0 = 1; \Omega_\Lambda = 0$), pero también es posible usar el modelo estándar ΛCDM ($\Omega_0 = 1; \Omega_\Lambda \cong 0.7$) u otro modelo. Tanto el término de la masa crítica que supone la validez de la dinámica gravitacional newtoniana, así como el término de la densidad de masa del modelo que se supone válido, *implican estimaciones sobre la materia no-bariónica*. Por lo tanto, el formalismo de Press-Schechter, *no comprueba, sino supone* que la mayor parte de la masa de galaxias y cúmulos de galaxias contienen materia no-bariónica.

---

609 Véase el cuadro matemático 14.1

610 Véase William Press & Paul Schechter, "Formation of galaxies and clusters of galaxies by self-similar gravitational condensation," en: *The Astrophysical* Journal, vol. 187 (1974): 425-438 y la síntesis en Malcolm Longair, "The Press-Schechter Mass Function," en *Galaxy Formation,* 2nd ed. (2008): 482-489

611 Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008):484, ecuación (16.25)

612 Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008):484

613 Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008):483-484, ecuación (16.22)

Un análisis crítico del teorema de Press-Schechter por Monaco,[614] reveló que esta función, desde el punto de vista astrofísico está equivocada, pero da resultados aparentemente buenos: "*existe una manera simple, efectiva y equivocada de describir la función de masa cosmológica; 'equivocada' no se refiere, desde luego, a los resultados, sino al procedimiento entero*."[615] La función está mal, porque su construcción parte de *seis supuestos erróneos* relacionados con la dinámica gravitacional de los cúmulos, entre ellos los siguientes cuatro:

1. Un tratamiento más completo tomaría en cuenta que las perturbaciones y colapsos de masa se repiten a escala cada vez más pequeña (el problema de '*peaks-within peaks*'), produciendo una construcción jerárquica de las concentraciones de masa, un fenómeno conocido como el algoritmo de Kauffmann-White.[616]
2. El colapso no es, como dice el algoritmo de Press- Schechter, esférico, sino elipsoide, como mostraron Sheth, Mo y Tormen.[617]
3. En el caso de perturbaciones primordiales en una nube de materia sin presión, en expansión, el colapso sigue patrones no-lineales, como señaló Zeldovich en un ensayo clásico de 1970.[618] Aquí cabe el comentario de Monaco: "*el peor defecto del modelo de Press- Schechter es que hace completamente caso omiso de las complejidades de la dinámica gravitacional, al tratarla solamente en el nivel lineal*".[619]
4. Press y Schechter suponen que estructuras masivas más pequeñas son eliminadas en el proceso de formación de estructuras más grandes. Recientes simulaciones de N cuerpos, por ejemplo la *Millenium Simulation*, corrigen este error, pero corren el peligro de caer en el extremo contrario y sobreestimar el número de objetos con baja masa.[620]

Monaco observa que dos de los errores físicos por él señalados inflan los resultados y otros tres los disminuyen sistemáticamente y del sexto no sabemos en qué dirección va la distorsión sistemática. Aún así, el resultado neto es sorprendentemente correcto, probablemente porque los errores mutuamente se neutralizan. La función de Press-Schechter es algo así como *el algoritmo de la buena suerte*: si se cometen varios errores, existe una real posibilidad que se neutralizan mutuamente en el

[614] Pierluigi Monaco, "Dynamics in the Cosmological Mass Function (or, why does the Press & Schechter Function work?", en: Giuliano Giuricin & Marino Mezzetti eds., *Observational Cosmology: The Development of Galaxy Systems* (1999): 186-197
[615] *Ibidem*, pág. 187
[616] Guinevere Kauffmann & Simon White, "The merging histories of dark matter haloes in a hierarchical universe", en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,* (vol. 261): 921-928 y "The merging history of dark matter haloes in a hierarchical universe", en *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,* (vol. 264): 201-218
[617] Ravi Sheth, H. Mo & Giuseppe Tormen, "Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes", en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,* vol. 323 (2001): 1-12
[618] Yakov Zeldovich, "Gravitational Instability: An Approximate Theory for Large Density Perturbations", en: *Astronomy and Astrophysics,* vol. 8 (1970): 84-89
[619] Pierluigi Monaco, "Dynamics in the Cosmological Mass Function (or, why does the Press & Schechter Function work?", en: Giuliano Giuricin & Marino Mezzetti eds., *Observational Cosmology: The Development of Galaxy Systems* (1999): 187
[620] Volker Springel, Simon White, Carlos Frenk, Julio Navarro *et al.*, "Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution", arXiv:astro-ph/0504097 (2005)

resultado final.[621] Monaco llama "correctos" a los resultados de la función Press-Schechter, porque coinciden con los resultados de las simulaciones de modelos computarizados que parten de una dinámica gravitacional newtoniana de N cuerpos. Un eco de esta crítica de Monaco se encuentra en Longair: "*Uno podría preguntarse por qué este formalismo [de Press-Schechter] funciona tan bien, si existen tantas dudas con respecto a todo el procedimiento. Monaco sugiere que, dado el número de efectos dinámicos considerados, se aplica algún 'teorema de límite central', lo que significa que las fluctuaciones en determinada escala de masa terminan siendo Gaussianas, independientemente del modelo físico en la base*."[622]

El problema del teorema de Press-Schechter es que produce distribuciones de masa que difieren de la distribución de masa bariónica revelada por las funciones de masa basada en la radiación de estrellas y plasma visibles. Pero, muchos cosmólogos no sacan la conclusión de que este teorema queda refutado por los hechos —de la distribución de masa bariónica de las galaxias—, sino que introducen la especulación de que la mayor parte de la masa de galaxias es materia oscura no–bariónica. Dice, por ejemplo, Longair:

> *"Estos características [reveladas por el teorema de Press-Schechter, entre otros] difieren de la función de luminosidad observada de galaxias, pero, obviamente, las luminosidades de las galaxias están determinadas por su contenido de materia bariónica más que la no-bariónica. La formación de las galaxias como las conocemos, debe, entonces, implicar la separación de la materia oscura [no-bariónica] de la bariónica. Schechter argumenta que la dimensión del componente bariónico es únicamente la décima parte en tamaño que el halo de materia oscura [no-bariónica]."*[623]

Esta conclusión de Schechter, aceptada por Longair, sería correcta, si la evolución y dinámica gravitacionales de las galaxias y cúmulos de galaxias obedecieran a las leyes gravitacionales newtonianas.[624] El problema es que este supuesto es falso. Al partir de un modelo newtoniano (erróneo) se llega a *una estimación muy inflada (y errónea) de la masa total*, haciendo aparentemente ineludible la especulación sobe los halos de materia oscura esotérica.

Después de esta crítica, ha llegado el momento de ver la alternativa relativista ofrecida por Cooperstock y Tieu[625] para explicar la dinámica de cúmulos de galaxias, sobre todo su masa total y la velocidad de rotación de sus galaxias.[626] El siguiente cuadro matemático sintetiza el argumento de Cooperstock y Tieu, basado en *un modelo relativista de un campo gravitacional débil constituido por muchos cuerpos.*

---

[621] P.e., si se cometen dos errores del mismo peso ó cuatro errores del mismo peso, cada uno de los cuales puede afectar el resultado positiva o negativamente, existe una probabilidad de 50% y 37.5%, respectivamente, de que se neutralizan, con cero error en el resultado.
[622] Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008): 487
[623] Malcolm Longair, *Galaxy Formation* (2008): 486
[624] Véanse los Cuadro Matemáticos 14.5 y 14.6
[625] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1745-1755 y Fred Cooperstock, "Clusters of Galaxies", en: *General Relativistic Dynamics* (2009): cap. 10
[626] John Moffat, "Scalar-Tensor-Vector Gravity Theory", arXiv:gr-qc/0506021; "A Modified Gravity and Its Consequences for the Solar System, Astrophysics and Cosmology," arXiv:gr-qc/0608074; y Joel Brownstein & John Moffat, "Galaxy Cluster Masses Without Non-Baryonic Dark Matter," arXiv:astro-ph/0507222 y: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2005): 1-16

CUADRO MATEMÁTICO 14.7 La estimación de la masa de un cúmulo de galaxias en una dinámica relativista según Cooperstock y Tieu

Cooperstock y Tieu parten de la ecuación de Schwarzschild, que usa una métrica de coordenadas esféricas para una masa esférica *M*,[627] misma que usamos para derivar la rotación del perihelio de Mercurio en un plano:[628]

$$(53)\quad ds^2 = \left(\frac{1}{1-\frac{2GM}{c^2 r}}\right)dr^2 + r^2(d\theta^2 + sen^2\theta\, d\phi^2) - \left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)c^2 dt^2$$

Los cuatro términos entre paréntesis constituyen los coeficientes métricos, que juntos determinan el tensor métrico de Schwarzschild en un espacio tridimensional, en donde la masa *M* no es pequeña:

En la versión normalizada de Cooperstock y Tieu, las unidades se escogen para que $c = G = 1$ y se invierten los signos de la métrica:[629]

$$(54)\quad ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - (r^2)d\theta^2 - (r^2 sen^2\theta)\, d\phi^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2$$

Una gran diferencia con el tratamiento del perihelio de Mercurio es que no hacemos el supuesto simplificador, justificable en el sistema solar, de que el tiempo propio $d\tau$ de la masa observada y el tiempo dt del observador externo sean el mismo. Normalmente, se da importancia a esta diferencia en el caso de un campo gravitacional fuerte. Pero, Cooperstock y Tieu demuestran que también en el caso de un campo gravitacional débil, la diferencia entre el tiempo propio del objeto observado y el tiempo del observador es determinante. La transformación de las coordenadas del observador (*r* y *t*) en las '*co-moving*' coordenadas del objeto observado con su tiempo propio (*R* y τ) es la siguiente:

$$(55)\quad \tau = t + \int \frac{\sqrt{\frac{2m}{r}}}{1-\frac{2m}{r}}\, dr$$

$$(56)\quad R = t + \int \frac{1}{\sqrt{\frac{2m}{r}}\,(1-\frac{2m}{r})} \quad \text{y}$$

---

[627] Véanse las ecuaciones (381) y (382) del apéndice VI B. Cooperstock y Tieu invierten los signos, y simplifican la fórmula, omitiendo las constantes *G* y *c*, véase Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1746, ecuaciones (1) y (2)

[628] Véase la ecuación (382) del apéndice VI B y la ecuación (4) del apéndice VI C

[629] Fred Cooperstock & Steven Tieu, "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1746, ecuaciones (1) y (2) y nota 6 ($c = G = 1$). Ésta es la ecuación (100.2) de L. Landau & E. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields,* 4ª ed. revisada (2002):321, siempre y cuando se tome en cuenta que r_g (el 'radio gravitacional') en Landau y Lifshitz es la masa *m* en Cooperstock y Tieu

$$(57)\ r = \left(\frac{3}{2}(R-r)\right)^{2/3}(2m)^{1/3},$$

lo que nos da la siguiente métrica de Schwarzschild transformada, dependiente del tiempo propio del objeto masivo:[630]

$$(58)\ ds^2 = d\tau^2 - \frac{dR^2}{\left(\frac{3}{2(2m)}(R-\tau)\right)^{2/3}} - \left(\frac{3}{2}(R-\tau)\right)^{4/3}(2m)^{2/3}(d\theta^2 + sen^2\theta\, d\varphi^2)$$

En el caso de que el valor de τ se acerca al de *R*, nos encontramos en un campo gravitacional fuerte y la singularidad (el hoyo negro) emerge cuando $R = \tau$. Pero, Cooperstock y Tieu están interesados en el caso de un campo gravitacional *débil* con $R >> \tau$ para todo R, lo que implica $r >> 2m$ para todo *r* en las coordenadas (*r*, *t)*.

La velocidad radial, medida por el observador externo es:

$$(59)\ v_{rad} = \frac{dr}{dt} = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)\left(\sqrt{\frac{2m}{r}}\right)$$

La velocidad radial, medida con el tiempo propio del objeto en movimiento es:

$$(60)\ v_{rad} = \frac{dR}{d\tau} = -\sqrt{\frac{-g_{11}}{g_{00}}}\frac{dr}{dt} = -\sqrt{\frac{1}{(1-2m/r)^2}}\left(1-\frac{2m}{r}\right)\sqrt{\frac{2m}{r}} = -\sqrt{\frac{2m}{r}}\ (\text{nota } 631)$$

En un campo débil, la velocidad radial medida con el tiempo propio del objeto en movimiento es igual a la velocidad radial medida con el tiempo del observador externo (terrestre), porque la masa m del campo es tan reducida que el factor $\left(1-\frac{2m}{r}\right) \approx 1-0=1$, como dicen Cooperstock y Tieu: "*las medidas locales propias y externas de la velocidad son aproximadamente iguales en el valor* $-\sqrt{2m/r}$."[632] Hasta aquí, el campo gravitacional débil se origina *por un solo objeto masivo*. Pero, *las cosas se complican cuando nos enfocamos al colapso de una nube de partículas, en donde cada partícula contribuye a la masa y el campo total.* Aquí es donde la velocidad radial medida con el reloj del tiempo propio de la nube,

[630] Ésta es la ecuación (102.3) de L. Landau & E. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields,* 4ª ed. revisada (2002):332, siempre y cuando se tome en cuenta que r_g (el radio gravitacional) de Landau y Lifshitz es la masa m en Cooperstock y Tieu, y que Landau y Lifshitz normalizan a medias ($G=1$, pero $c \neq 1$).

[631] La métrica de Schwarzschild en Cooperstock y Tieu es $g_{00} = \frac{1-2m}{r}$ y $g_{11} = -\frac{1}{1-2m/r}$, la diferencia con la métrica de Schwarzschild en la ecuación (382) del apéndice VI B es que g_{00} en Cooperstock y Tieu es $-g_{44}$ en el apéndice VI B, y g_{11} en Cooperstock y Tieu es $-g_{11}$ en el apéndice VI B.

[632] Fred Cooperstock y Steven Tieu "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1748

empieza a diferir significantemente de la velocidad medida con el tiempo del observador externo. A partir de la ecuación de la geodésica para una nube de partículas, tomada de Landau y Lifshitz:[633] Cooperstock y Tieu obtienen la siguiente velocidad radial promedio de las partículas u objetos, medida por el observador externo (terrestre):

$$(61)\quad \frac{dr}{dt} = -\frac{(\alpha+\beta)(1-\beta^2)}{8\pi r^2 \rho^2}\left[\frac{\alpha}{F} + \beta\left(\frac{F''}{(F')^2} - \frac{1}{2F}\right)\right]^{-1} \frac{\partial\rho}{\partial t}$$

en donde:

$$(62)\quad \rho = \frac{F'}{8\pi r' r^2}; \qquad (63)\quad \alpha = \frac{rF'}{3F} \quad \text{y} \quad (64)\quad \beta = \sqrt{\frac{F}{r}}$$

Los términos F, F' y F'' son funciones del radio del cúmulo de galaxias R, por ejemplo, en el caso de Coma, un cúmulo de galaxias cercano:

$$(65)\quad F = 6.641 * 10^{-16} R^{1.453} \Rightarrow F' = 9.649 * 10^{-16} R^{0.453} \Rightarrow F'' = 4.371 * 10^{-16} R^{-0.547}$$

La ecuación (61) permite reconstruir la relación entre velocidad radial y (densidad de) masa, en un modelo relativista, sin necesidad de materia no-bariónica.

Con las ecuaciones del Cuadro Matemático 14.7, Cooperstock y Tieu reconstruyen la relación entre (densidad de) masa y radio del cúmulo, sin necesidad de la materia oscura no-bariónica:

> *"Consideramos aquí el régimen gravitacional débil, antes de que pudiera formarse alguna singularidad [como sucede en campos muy fuertes]. Se trata de un caso modelo un tanto idealizado, de un cúmulo de galaxias en evolución, en donde, en el caso normalmente asimétrico, las velocidades de las componentes han sido observadas como muy altas, de acuerdo a la gravitación newtoniana. Se comenta que este fenómeno fue el origen de la hipótesis sobre materia oscura, propuesta en los años 1930s por Zwicky, en un intento de explicar las observaciones de las altas velocidades radiales en un contexto de la teoría gravitacional newtoniana. Nosotros demostramos [en cambio], que en este modelo idealizado, estas velocidades pueden ser explicadas, en principio, usando la relatividad general sin la asistencia esotérica de materia oscura [no-bariónica]. "*[634]

---

[633] La ecuación (103.1) de L. Landau & E. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields,* 4ª ed. revisada (2002):339 es la ecuación (9) de Fred Cooperstock y Steven Tieu, "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1748

[634] Fred Cooperstock y Steven Tieu "General relativistic velocity: the alternative to dark matter", en: *Modern Physics Letters A* vol. 23 (2008): 1746

También Brownstein y Moffat presentan un modelo relativista de cúmulos de galaxias que explica su velocidad radial y masa total sin necesidad de materia oscura no-bariónica.[635] Al igual que en el caso de las galaxias espirales, no parten de la geodésica, como Cooperstock y Tieu, sino de las leyes de aceleración y gravitación de Newton, transformadas por la relatividad general de Einstein. A continuación presento primero el argumento matemático de Brownstein y Moffat (en el Cuadro Matemático 14.8) y luego, a modo de ilustración de los resultados, reproduzco la gráfica del cúmulo de galaxias Coma, que permite comparar la estimación de la masa total en los modelos gravitacionales newtoniano y relativista.

CUADRO MATEMÁTICO 14.8 La estimación relativista de la masa de un cúmulo de galaxias según Brownstein y Moffat

Brownstein y Moffat aplican la relatividad general a la dinámica gravitacional de una muestra de 106 cúmulos de galaxias con radiación de rayos-X, previamente analizada por Reiprich y Böhringer con un modelo de gravitación newtoniana. Brownstein y Moffat parten de un seudo tensor métrico de Riemann y un campo tensorial simétrico, pero sesgado, de rango tres, llamado *metric-skew-tensor-gravity*. La masa de los cúmulos derivada del modelo relativista es M_{MSTG}. En cambio, la masa de los mismos cúmulos derivada de la dinámica newtoniana es M_N. El desarrollo matemático del argumento permite comparar ambas estimaciones de masa.

La aceleración newtoniana es:

(66) $a_N(r) = -\dfrac{G_0 M(r)}{r^2}$, de modo que la masa total es:

(67) $M_N(r) = -\dfrac{a(r)\, r^2}{G_0}$

Para una nube de gas esférica, isotrópica e isotérmica, la aceleración, tanto en el modelo newtoniano como relativista, es:

(68) $a(r) = -\dfrac{3\beta\, kT}{\mu m_p}\left(\dfrac{r}{r^2 + r_c{}^2}\right)$

De las ecuaciones (67) y (68), obtenemos la ecuación de la masa total del cúmulo de galaxias en el modelo newtoniano:

(69) $M_N(r) = -\dfrac{3\beta\, kT}{\mu m_p G_0}\left(\dfrac{r^3}{r^2 + r_c{}^2}\right)$

La aceleración relativista es:

(70) $a(r) = -\dfrac{G(r)\, M_{MSTG}(r)}{r^2}$, de modo que:

(71) $M_{MSTG}(r) = -\dfrac{a(r)\, r^2}{G(r)}$

[635] Joel Brownstein y John Moffat, “Galaxy Cluster Masses Without Non-Baryonic Dark Matter”, en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2005): 1-16

De las ecuaciones (68) y (71), obtenemos la masa total del cúmulo en el modelo relativista:

$$(72)\quad M_{MSTG}(r) = -\frac{3\beta kT}{\mu m_p G(r)}\left(\frac{r^3}{r^2 + r_c^{\,2}}\right)$$

Combinando las ecuaciones (69) y (72), obtenemos la relación entre las estimaciones de la masa total en los modelos newtoniano y relativista:

$$(73)\quad M_{MSTG}(r) = \frac{G_0}{G(r)} M_N(r)$$

En otras publicaciones, Moffat y Brownstein y Moffat demostraron que en el límite de un radio *r* grande del cúmulo, la constantegravitacional tiende a:[636]

$$(74)\quad G_\infty \equiv \lim_{r>>r_0} G(r) = G_0\left\{1 + \sqrt{\frac{M_0}{M_{gas}}}\right\}$$

De (73) y (74), obtenemos

$$(75)\quad M_{MSTG} = \left\{1 + \sqrt{\frac{M_0}{M_{gas}}}\right\}^{-1} M_N$$

Los valores de r_0 (ecuación 74) y M_0 (ecuaciones 74 y 75) son constantes:

$$(76\text{ A})\quad r_0 = r_{out}/10 \quad \text{cuando } r_{out} \leq 650\,kpc$$

$$(76\text{ B})\quad r_0 = 139.2\,kpc \quad \text{cuando } r_{out} > 650\,kpc$$

$$(77)\quad M_0 = 58.8 * 10^{14}\, M_{SOL}\left(\frac{M_{gas}}{10^{14} M_{SOL}}\right)^{0.39}$$

En la ecuación (75), el lector puede apreciar claramente, que la estimación relativista de la masa total es mucho menor que la estimación newtoniana, al grado que podemos prescindir de las especulaciones sobre 'masa faltante' y 'materia oscura no-bariónica', como señalan Brownstein y Moffat: "*es posible y significante que los datos de los cúmulos de galaxias con radiación de rayos-X encajan (fit) en el simple modelo- β isotérmico e isotrópico [relativista] sin la necesidad de materia oscura exótica*."[637]

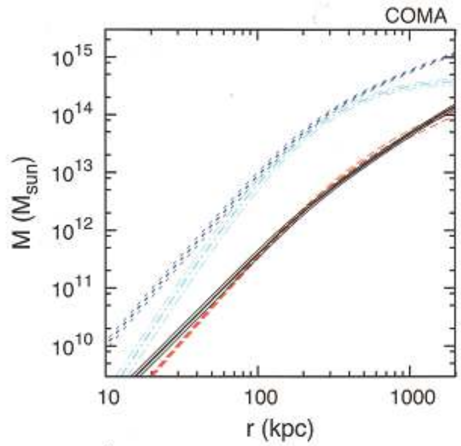
---

[636] Joel Brownstein & John Moffat, "Galaxy Rotation Curves Without Non-Baryonic Dark Matter", arXiv:astro-ph/0506370 (2005); y John Moffat, "Gravitational Theory, Galaxy Rotation Curves and Cosmology without Dark Matter", arXiv:astro-ph/0412195 (2005) y "Scaler-Tensor-Vector Gravity Theory", arXiv:gr-qc/0506021 (2005)

[637] Joel Brownstein y John Moffat, "Galaxy Cluster Masses Without Non-Baryonic Dark Matter", en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2005): 5

La siguiente gráfica de Brownstein y Moffat permite apreciar la diferencia entre la estimación relativista y la newtoniana de la masa total del cúmulo galaxias Coma.

Gráfica. Masa total del cúmulo de galaxias COMA en los modelos relativista y newtoniano



EXPLICACIÓN
Curva roja: masa del gas caliente del ICM, observación de Reirich y Böhringer basada en rayos-X
Curva azul marino: estimación de masa total basada en dinámica Newtoniana
Curva azul celeste: masa total estimada en dinámica MOND
Curva negra: estimación masa total basada en dinámica relativista MSTG según Brownstein y Moffat
Se indican los márgenes de error por curvas paralelas más delgadas

Esta diferencia entre la estimación relativista y la newtoniana de la masa total equivale la estimación de la masa oscura no-bariónica, de modo que, *si hemos de preferir el modelo relativista sobre el newtoniano, sale sobrando la materia oscura no-bariónica*. Los autores reproducen resultados semejantes para los otros 105 cúmulos de galaxias con radiación de rayos-X de la muestra de Reiprich y Böhringer.[638]

Antes hemos visto el caso particular del *Bullet Cluster 1E0657-558*, cuya masa total no se explicaba, en una dinámica gravitacional newtoniano, sin la presencia preponderante de materia oscura no-bariónica con una razón de masa $M_{NB} / M_B = 3.17$, según Clowe y su equipo.[639] Sin embargo, en una dinámica relativista, sale sobrando la materia oscura no-bariónica, como demostraron Brownstein y Moffat. La siguiente tabla permite apreciar los diferentes resultados de los diferentes modelos.

Es tiempo para una conclusión, en las palabras de Cooperstock:

"En su mayoría, los astrónomos siguen ignorando la relatividad general al interpretar sus observaciones. Ha surgido toda una industria de simulaciones masivas de computadora con miles de millones de partículas conjeturadas de materia oscura [no-bariónica]. Se pretende que estas simulaciones confirman que el modelo CDM(materia oscura fría) de la formación de estructuras es concordante con las estructuras observadas de surveys de galaxias como por ejemplo el Sloan Digital Sky Survey. Sin embargo, la base para estas simulaciones es la gravedad newtoniana. La lección que se puede sacar de nuestro trabajo es que la mejor teoría

[638] Joel Brownstein y John Moffat, "Galaxy Cluster Masses Without Non-Baryonic Dark Matter", en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2005): 7 (Coma) y 8-16 (otros cúmulos)
[639] Véase la Sección 14.1

de la gravedad que existe, la relatividad general, es capaz de proveer sorpresas," al prescindir de materia oscura.[640]

Tabla. Estimaciones de diferentes tipos de materia del bullet cluster *1E0657-558*, en los modelos newtoniano y relativista

Tipo de materia	Modelo newtoniano Clowe *et al*.[641]	Modelo relativista Brownstein & Moffat [642]
Bariónica	24 %	100 %
-gas ICM	No dan estimación	83 %
-galaxias	No dan estimación	17 %
No-bariónica	76 %	0 %

Sección 14.4. El mal uso de la termodinámica en la teoría de la núcleosíntesis del Big Bang

Algunos cosmólogos presentan un tercer argumento en favor de la especulación sobre la materia oscura no-bariónica, relacionado con la núcleosíntesis del *Big Bang* que analizamos arriba.[643] No concuerdan, por un lado, la estimación de la densidad bariónica basada en la razón de bariones / fotones, la cual a su vez está relacionada con la abundancia relativa y absoluta de los elementos ligeros producidos en la núcleosíntesis del Big Bang ($\Omega_b \approx 0.047$) y, por otro lado, la estimación de la densidad de materia total derivada del modelo cosmológico estándar ($\Omega_M \approx 0.3$). La núcleosíntesis del *Big Bang* produjo una densidad de masa bariónica de $\Omega_B = 0.047$, según Longair y otros cosmólogos.[644] Por otro lado, la dinámica gravitacional de galaxias y cúmulos de galaxias, explicada por teoremas newtonianos, apunta hacia una densidad de masa total de $\Omega_M = 0.28$.[645] Para 'resolver' el problema de la masa bariónica faltante, la cosmología moderna ha optado por la especulación sobre la materia oscura no-bariónica: $\Omega_M - \Omega_B = \Omega_{NB}$, lo que daría una densidad de materia no-bariónica de $\Omega_{NB} = 0.233$. De esta manera, la razón de masa no-bariónica y masa bariónica en el modelo cosmológico estándar es de cinco ($\Omega_{NB} / \Omega_B \approx 0.233/0.047 \approx 5$).

En el modelo de Buchert-Wiltshire que analizaré más adelante,[646] en donde se toma en serio la relatividad general y se abandona el supuesto de la homogeneidad del Universo y se toma en cuenta también el efecto de la *backreaction*, todos los parámetros cosmológicos se van recalibrando, obteniendo valores muy distintos del modelo estándar, por ejemplo, $\Omega_M = 0.333765$ y $\Omega_B \approx 0.07842$,

[640] Fred Cooperstock, *General Relativistic Dynamics* (2009): 159
[641] Douglas Clowe *et al*., "A direct empirical proof of the existence of dark matter", arXiv:astro-ph/0608407, reproducido después en: *Astrophysical Journal Letters* (2006). Pata cúmulos grandes de galaxias, Böhringer estima que la materia bariónica, en promedio es de 15% del total, dividida entre gas del medio intrastelar (13%) y estrellas (2%), y la materia oscura no-bariónica, 85% (véase la Sección 14.1).
[642] Joel Brownstein & John Moffat, "The Bullet Cluster 1E0657-558 shows Modified Gravity in he Absence of Dark Matter", arXiv:astro-ph/0702146. Los autores hablan de *Modified Gravity*, pero no se trata del modelo MOND de Milgrom, sino de un modelo de gravitación relativista (véase el cuadro matemático 14.7).
[643] En la Sección 13.5
[644] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 428
[645] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 428
[646] Véase la Sección 16

de modo que $\Omega_{NB} \approx 0.095$, el 40% de su valor en el modelo concordante. En consecuencia, $\frac{\Omega_{NB}}{\Omega_B} \approx \frac{0.255345}{0.07842} \approx 3$(nota 647). Aún en el nuevo modelo de Buchert-Wiltshire, no se cierra, entonces, la aparente brecha entre densidad de materia total y densidad de materia bariónica, aunque se reduce considerablemente. Sin embargo, tanto el modelo concordante ΛCDM como el modelo de Buchert-Wiltshire, parten de estimaciones de la densidad bariónica en el Universo temprano, propuestas por algunos cosmólogos, como, por ejemplo, Kolb y Turner, que, lamentablemente, están basadas en un uso erróneo de las ecuaciones de Boltzmann, como veremos a continuación.

Hay dos maneras de explicar la discrepancia entre densidad de materia bariónica y densidad de materia total: ó concluimos que el modelo estándar *SBBN* de la núcleosíntesis en el *Big Bang* contiene errores serios, ó concluimos que existe la materia oscura no-bariónica. Si bien la mayoría de los cosmólogos, con excepción de Simon White de Cambridge,[648] opta por la segunda conclusión, la primera no debería de descartarse tan rápidamente. Una parte de la núcleosíntesis del *Big Bang* se concibe desde la física nuclear ortodoxa, la cual explica la producción de los elementos ligeros (como, por ejemplo, deuterio, tritio, litio, berilio y helio) y sus *relativas* abundancias como una función de la densidad, la temperatura, la velocidad de expansión y las características de los nucleones en fusión.[649] Pero, otra parte de la concepción teórica de la núcleosíntesis en el Universo temprano es una simplificación y aplicación errónea de las ecuaciones de Boltzmann, originalmente construidas para gases diluidos, de volumen constante, de baja presión ($P \leq 1 atm$) y baja densidad ($\rho \approx 100\, amagats \approx 1 gr/cm^3$), (nota 650) a un gas superdenso en expansión (el *Big Bang*).[651] Leopoldo García-Colín Scherer, físico mexicano y experto en termodinámica, exploró la posibilidad de extender el alcance de estas ecuaciones de Boltzmann para gases simples y diluidos a *un gas moderadamente denso*,[652] y concluyó que los modelos propuestos por algunos autores para gases densos con colisiones simultáneas de tres o más partículas *no tienen solución por contener ecuaciones divergentes y no-lineales*, razón por la cual, hasta la fecha, no se ha encontrado una solución definitiva a este problema.[653] Menos aún, se ha resuelto este problema para un gas superdenso en expansión, el así

---

[647] Véase la Sección 16.3

[648] Simon White, "Large-scale structure", en: Remigius Geiser, Carlos Kozameh & Osvaldo Moreschi, eds., *General Relativity and Gravitation 1992. Proceedings of the Thirteenth International Conference on General Relativity and Gravitation held at Cordoba, Argentina* (1993): 331-338. White señala que cualquier modelo *CDM*, aunque se hagan modificaciones, es incompatible con "*the standard theory of cosmic nucleosynthesis*" (*ibidem*, pág. 337)

[649] Véase Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): capítulo IV

[650] Véase Leopoldo García-Colín Scherer, "Ciento diez años de teoría cinética de los gases", en: *Revista Mexicana de Física* vol. 2 (1982): 121-148. En su obra más reciente, García-Colín Scherer encuentra soluciones a la ecuación de Boltzmann solamente para "plasmas *diluidos*", véase Leopoldo García-Colín Scherer, *The Kinetic Theory of Inert Dilute Plasmas* (2009)

[651] Véase Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): capítulo 5

[652] Leopoldo García-Colín Scherer, "The Kinetic Theory of Dense Gases", en: *Temas selectos de física estadística* (2002): 305-351

[653] Dice García-Colín Scherer en: "The Kinetic Theory of Dense Gases", en: *Temas selectos de física estadística* (2002): 305-351: *"the nonexistence of the Booiliubov functionals which appear as coefficients of the powers in n, in the density expansion of* $F_2(x_1, x_2|F_1$ *manifest themselves as logarithmic divergences in the virial expansions of the transport coefficients. Therefore, we may tentavively conclude that the density dependence of these coefficients is nonanalytic and that the theory appears to be more complicated than the one set forth in these notes [de unos diez autores]. The question we must now face is how to formulate a convergent theory for the transport coefficients of a moderately dense gas. (...) [T]here is no complete answer to the problem" (pág. 346).*

llamado 'Robertson-Walker gas'.[654] Le pedí al Dr. García-Colín Scherer que analice y critique la aplicación que pretenden Kolb y Turner (y otros cosmólogos) en el capítulo V de su libro, de las ecuaciones de Boltzmann a un gas superdenso en expansión,[655] y éste accedió amablemente a mi petición. Reproduzco su crítica íntegramente en el Apéndice XIV. Allí, el Dr. García-Colín Scherer señala que tres supuestos de Kolb y Turner son erróneos, a saber:

1. Es erróneo el supuesto de que las soluciones de las ecuaciones de Boltzmann para *gases diluidos con colisiones binarias* sean aplicables a *gases superdensos con colisiones simultáneas de tres o más partículas*.
2. Es erróneo el supuesto de que exista una distribución de equilibrio para un gas Robertson-Walker. Ya lo había señalado Bernstein: "*no existe una distribución de equilibrio para un Robertson-Walker gas.*"[656]
3. Es erróneo el supuesto de que la ecuación de Boltzmann de la densidad de entropía ordinaria, que es válida para partículas de un gas ideal, sea válida para un Robertson-Walker gas, porque, una cosa es un gas ideal, y otra cosa muy diferente es un Robertson-Walker gas.

Además del uso inadecuado de las ecuaciones de Boltzmann, existe otro inconveniente. Las estimaciones de la densidad de masa no-bariónica en la núcleosíntesis del *Big Bang* son *dependientes del modelo concordante* que se usa. Primero se alimentan a la computadora los supuestos sobre los parámetros del modelo concordante, entre otros, $\Omega_{tot} = 1$ y $\Omega_M \approx 0.3$ y luego se descubre que $\Omega_M > \Omega_B$, invitando a la especulación sobre Ω_{NB}. Estos valores de los parámetros parten de una concepción newtoniana de la dinámica gravitacional de galaxias y cúmulos de galaxias, que *sobreestima en un factor 10 la masa necesaria para explicarla*. En los modelos de Cooperstock-Tieu y Brownstein-Moffat, se parte de una dinámica gravitacional relativista, demostrando que sale sobrando la especulación sobre la materia oscura no-bariónica para explicar la dinámica gravitacional de grandes estructuras del Universo, y, además, en el modelo de Buchert-Wiltshire, que complementa los modelos de Cooperstock-Tieu y Brownstein-Moffat, el Universo no es plano, sino abierto.[657] El modelo concordante está entrando en un proceso de profunda y radical revisión y por lo tanto, hemos de abstenernos de sacar conclusiones tajantes sobre la supuesta producción de partículas exóticas en la núcleosíntesis del *Big Bang.*

Por fin, es importante subrayar que el concepto de la materia oscura no-bariónica no explica nada, porque no sabemos de qué estamos hablando cuando decimos "materia oscura no-bariónica". Veamos a modo de analogía el siguiente enunciado: (1) "*A es la causa de B*". Luego veamos el enunciado número dos: (2) "*ignoramos qué es A*". Y saquemos la conclusión lógica, sustituyendo (2) en (1): (3) "*ignoramos qué es la causa de B*". Análogamente, el enunciado (1) "*la materia oscura no-bariónica*

---

[654] En la métrica de Robertson-Walker, el operador no-relativista de Liouville, $\hat{L}[f(E,t9] = E\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{R}}{R}|\vec{p}|^2\frac{\partial f}{\partial E}$ supone un Universo homogéneo e isotrópico. El operador relativista es $\hat{L} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^a} - \Gamma^\alpha_\beta p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha}$.

[655] Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994): capítulo V

[656] Jeremy Bernstein, *Kinetic Theory in the Expanding Universe* (1988): 23

[657] Véanse las Secciones 15 y 16

explica la supuesta diferencia entre la densidad de materia total y la densidad bariónica del Universo" y el enunciado (2) "*ignoramos qué es materia oscura no-bariónica*" llevan, lógicamente, a la conclusión de que *(3)"ignoramos cómo explicar la supuesta diferencia entre la densidad de materia total y la densidad bariónica del Universo*".

Así parece, que no sabemos qué es esta materia oscura no-bariónica y sin embargo, usamos este concepto para explicar un fenómeno que no existe, a saber, la supuesta masa faltante en estructuras grandes del Universo y en la núcleosíntesis del *Big Bang*. Más adelante, explico que teorías que explican efectos no observados por causas desconocidas, pertenecen al reino de la ciencia ficción.[658]

Sección 15. La relatividad general refuta la especulación sobre la energía oscura

Los cosmólogos suponen que el Universo a escala global es aproximadamente plano, es decir, $\Omega_{tot} = 1$ y $\Omega_k = 0$. Además, por observaciones empíricas, se estima que $\Omega_M \cong 0.3$.[659] *La diferencia entre* Ω_{tot} *y* Ω_M *suele explicarse por la especulación sobre la 'energía oscura' y la densidad de energía oscura* Ω_Λ. Esta interpretación está basada en el modelo ΛCDM, que ha sido desarrollado en los últimos diez años,[660] y el cual supone una dinámica gravitacional newtoniana en un Universo homogéneo. Evalúo este modelo en la Sección 15. En la Sección 16, analizaré un modelo alternativo de Buchert-Wiltshire, el cual tiene apenas dos años,[661] prescinde de la especulación sobre la energía oscura, y está basado en una dinámica gravitacional relativista en un Universo inhomogéneo. Este nuevo modelo es capaz de explicar los mismos fenómenos observados que muchos cosmólogos pretenden explicar con el modelo ΛCDM, también llamado 'estándar' o 'de concordancia', a saber, la aceleración de la expansión del Universo; la evolución de estructuras a escala grande; y las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo.

Esta sección 15 tiene las siguientes subsecciones:

1) una presentación del concepto de la constante cosmológica Λ como tal (Sección 15.1);
2) la evidencia que respalda la supuesta aceleración de la expansión del Universo (Sección 15.2);
3) la evolución de la dinámica gravitacional de cúmulos de galaxias (Sección 15.3);
4) la forma de las anisotropías de la radiación cósmica de fondo (Sección 15.4);
5) los intentos de explicación teórica de la supuesta energía oscura (Sección 15.5).

Sección 15.1. Una presentación de la constante cosmológica Λ

Entre las variadas presentaciones de la constante cosmológica tomaré la de Davies que destaca por su claridad.[662] Él parte del supuesto de que *la constante cosmológica tiene dos componentes*, cuyos valores, en los hechos, casi se cancelan mutuamente, a saber, por un lado, la fuerza gravitacional ordinaria que

[658] Véase la Sección 21
[659] Véase la Sección 13.5.
[660] Joshua Frieman, Michael Turner & Dragan Huterer, "Dark Energy and the Accelerating Universe", arXiv:astro-ph /0803.0982 (2008)
[661] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages," en: *New Journal of Physics* (octubre de 2007)
[662] Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 11-12, 105-109

resulta de la existencia pasajera de partículas y anti-partículas con masa, generadas por los campos gravitacional y electromagnético del Universo, las cuales *frenan* la expansión del Universo y, por otro lado, la fuerza repulsiva que resulta de la energía del vacío, la cual supuestamente *aceleraría* la recesión de las galaxias a grandes distancias. Él necesita este supuesto, para que la constante cosmológica neta o efectiva Λ sea casi cero. El supuesto valor de esta constante, según Davies, es $\Lambda = 10^{-53}\ m^{-2}$, y según una estimación actual, derivada del supuesto de $\Omega_\Lambda = 0.7$, es $\Lambda \approx 1.6 * 10^{-52} m^{-2}$ (nota 663). Por ser tan infinitésimo, este valor no dista mucho de ser cero, como admite Davies: "*no existe evidencia empírica de que Λ sea diferente de cero.*" [664]

Invito al lector a prestar atención a este punto. No es que se hayan observado los valores empíricos de los dos componentes de la constante cosmológica efectiva, que casi se cancelan mutuamente, sino que el modelo cosmológico de concordancia *necesita* que los valores de estos dos componentes tengan casi la misma magnitud, pero con signos opuestos, para salvar la teoría de la constante cosmológica. Se trata de supuestos, no de observaciones: "*Hemos de suponer (We must suppose) que, para lograr un valor neto de $10^{-53} m^{-2}$ [para Λ], la contribución del vacío de, digamos, [Λ_- =-] $10^{-2} m^{-2}$, tenga el signo opuesto de Λ_+.*" [665] Comenta Davies que "*el balance de Λ_+ y Λ_- es finamente ajustado (fine-tuned), al grado que se cancelan casi exactamente con una precisión más fina que una parte en 10^{50}.*" [666]

Analicemos primero Λ_+ y luego Λ_-. Todos sabemos que el vacío de nuestro Universo está lleno de campos de fuerza, a saber, campos gravitacionales y campos electromagnéticos. Las pequeñas fluctuaciones en estos campos crean continuamente partículas y anti-partículas, ambas con masa, de muy poca duración, como podemos entender con la ecuación de Heisenberg.[667] En la medida que Δt sea muy pequeña, ΔE ha de ser muy grande para que se cumpla la ecuación de Heisenberg. Esto significa que por lapsos muy breves, para crear estas partículas, se 'toma prestada' energía del campo de fuerza, equivalente a $E = m_0 c^2 = h\nu$ en donde m_0 es la masa de reposo de la partícula; y $\lambda = c/\nu = h/(m_0 c)$ su longitud de onda (de Compton).[668] La vida de estas partículas es de poca duración.[669] Como partículas y anti-partículas tienen masa y se crean continuamente en todas partes del vacío, ambos tipos contribuyen a la masa total del Universo, y aumentan, según Davies, la fuerza gravitacional ordinaria que frena la expansión.

Sin embargo, el componente Λ_- de las llamadas 'partículas escalares', que se crean por la ruptura de la simetría de la fuerza electro-débil, es responsable de la presión repulsiva del vacío. Aunque Davies publicó su libro por primera vez en 1982, un año después de que Alan Guth publicó su artículo sobre la inflación temprana del Universo en *Physical Review*, no hace referencia a esta teoría, ni da a estas partículas especulativas el nombre con que Guth las bautizó, a saber, los bosones Higgs. [670]

---

[663] En el Cuadro Matemático 13.9 de la Sección 13.6 vimos un valor de $\Omega_\Lambda = 0.7$ y de $\Lambda \approx 1.6 * 10^{-52} m^{-2}$.
[664] Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 105
[665] Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 107
[666] Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 107
[667] $\Delta E \Delta t \geq h/2\pi$: véase el Cuadro Matemático 11.2 de la Sección 11.1
[668] Véase el Cuadro Matemático 11.1 de la Sección 11.1
[669] $1/\nu = \Delta t \cong h/(m_0 c^2)$, Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 13-21
[670] Alan Guth, *The Inflationary Universe* (1998): véase la Sección 20.5

¿Cuando empieza la fuerza repulsiva a rebasar la fuerza gravitacional? Esto depende de la masa y de la distancia de los objetos. Por ejemplo, entre dos galaxias de $10^{40} kg$ cada una, que se encuentran a una distancia de 10^{22} metros, es decir, un millón de años luz, la hipotética fuerza repulsiva superaría a la fuerza gravitacional (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 15.1 La constante cosmológica y sus dos componentes

La constante cosmológica tiene dos componentes, cuyos valores casi se cancelan, a saber, la fuerza gravitacional ordinaria que resulta de la existencia pasajera de partículas y anti-partículas con masa, las cuales *frenan* la expansión del Universo y la fuerza repulsiva que resulta de la energía oscura del vacío, la cual *acelera* la expansión del Universo.

(1) $\Lambda = \Lambda_+ + \Lambda_- = 10^{-53} m^{-2} \approx 0$

Davies especula que la fuerza gravitacional ordinaria que resulta de la existencia pasajera de partículas y anti-partículas con masa ordinaria, tiene el siguiente valor:

(2) $\Lambda_+ \approx 10^{-53}(1+10^{51}) \approx 10^{-53} + 10^{-2} = (1+10^{-51}) * 10^{-2}\ m^{-2}$

En la siguiente ecuación, en donde se define la contribución del componente repulsivo Λ_-, m_ϕ es la masa del bosón Higgs:[671]

(3) $\Lambda_- = -\pi G m_\phi^{\ 2} / \sqrt{2 c^4 g_W} = -10^{-2}\ m^{-2}$

De (1), (2) y (3) obtenemos:

(4) $\Lambda = \Lambda_+ + \Lambda_- \approx (1+10^{-51}) * 10^{-2} - 10^{-2} \approx 10^{-53}$

Ahora bien, según Davies, la fuerza repulsiva resultante de esta constante Λ es:[672]

(5) $F_{repulsiva} = \Lambda r m c^2$

En esta ecuación, *m* es la masa del objeto repulsado, *r* su distancia del objeto repulsivo, *c* la velocidad de la luz y Λ la constante cosmológica. A una distancia de un metro, la fuerza gravitacional entre dos objetos de un kilogramo sería mucho más fuerte que la hipotética fuerza repulsiva del vacío. La fuerza gravitacional en este caso sería:

(6) $F_G = \dfrac{GMm}{r^2} = 6.673 * 10^{-11} N \quad (1N \equiv kgms^{-2})$

y la fuerza repulsiva sería:

(7) $F_R = \Lambda r m c^2 = 10^{-53} * 1 * 1 * 9 * 10^{16} mkgs^{-2} = 9 * 10^{-37} N$

---

671 Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 107

672 Paul Davies, *The Accidental Universe* (1984): 11

A esta corta distancia, la fuerza gravitacional superaría la repulsiva en un factor de $\approx 10^{26}$. Pero, la fuerza repulsiva aumentaría con la distancia y la gravitacional disminuiría con el cuadrado de la distancia. ¿A partir de qué distancia, la hipotética fuerza repulsiva le ganaría a la gravitacional entre dos galaxias de $10^{40} kg$ cada uno. En este caso:

$$(8)\ \frac{GMm}{r^2} = \Lambda rmc^2 \Rightarrow r^3 = \frac{GM}{\Lambda c^2} = \frac{6.673 * 10^{-11} * 10^{40}}{10^{-53} * 9 * 10^{16}} \Longrightarrow r = \sqrt[3]{10^{66}}m = 10^{22}m$$

Sección 15.2. La energía oscura y la aceleración de la expansión del Universo

Kirshner especula sobre dos tipos de energía oscura, a saber,"*una grande cantidad de energía oscura cuya presión negativa impulsó la era de la inflación y ahora, otra energía oscura, de duración mucho mayor, que impulsa la aceleración cósmica en la actualidad.*"[673] A fines de los años '90 se presentó evidencia a favor del enunciado de que la aceleración reciente de la expansión del Universo en una región local cercana (el modelo $\Omega_M \approx 0.3, \Omega_\Lambda \approx 0.7$) es una realidad física. Se trata de observaciones de la luminosidad y corrimiento al rojo de supernovas tipo Ia, descubiertos por el *Supernova Cosmology Project* de Saul Perlmutter y otros[674] y el *High-z Supernova Search Team*, de Robert Kirshner y Adam Riess y otros.[675] Según Kirshner, la estimación de la distancia de las supernovas a partir del corrimiento hacia el rojo, supone una constante de Hubble de unos 70 kilómetros por segundo por Mpc, e implica una reducción del margen de error de 40% a 7%.

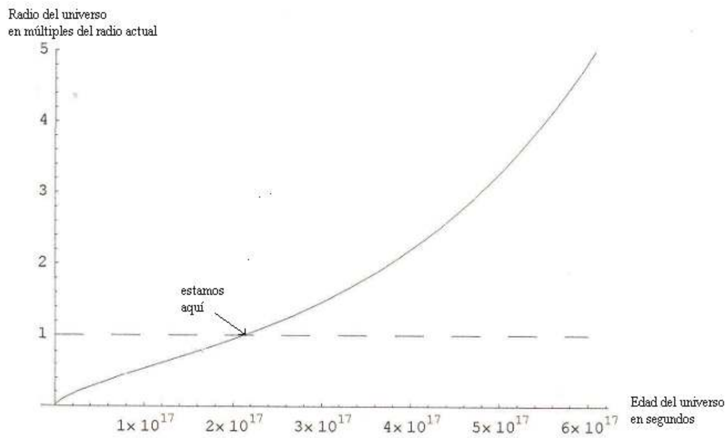
Según estos datos, las supernovas tipo Ia cercanas tienen un corrimiento al rojo mayor de lo que se esperaría en el caso de una desaceleración de la expansión, indicando que en los últimos miles de millones de años la expansión se estaría acelerando. Según cosmólogos como Masataka Fukugita, los datos preliminares de Perlmutter apuntaban hacia $\lambda = 0.06^{+0.28}_{-0.34}$ "[676] y Kirshner atribuyó esta aceleración reciente a una moderna edición de la antigua constante cosmológica primero postulada por Einstein.[677]

La suma de $\Omega_M \approx 0.3$ más $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ nos daría $\Omega_{tot} = 1$, como en la siguiente gráfica, generada con el programa *Mathematica* de Wolfram. *Lo único que comprobamos con esta gráfica, es que el modelo de Lemaître con constante cosmológica es matemáticamente posible*. Queda sin contestar la pregunta si este modelo representa la realidad física del Universo.

---

[673] Robert Kirshner, *The Extravagant Universe* (2002): 138, mis negrillas
[674] Saul Perlmutter, "Medidas de Omega y Lambda de 42 supernovas de gran corrimiento al rojo", en: *Astrophysical Journal* vol. 517 (1999): 565-586
[675] Adam Riess, "Prueba observacional de las supernovas para un Universo en aceleración y una constante cosmológica," en: *Astronomical Journal* , vol. 116 (1998): 1009-1038; y Robert Kirshner, *The Extravagant Universe* (2002)
[676] Masataka Fukugita, "Type Ia supernova Hubble diagram", en "Observational Tests for the Cosmological Constant", en: Neil Turok, ed., *Critical Dialogues in Cosmology* (1997): 206
[677] Robert Kirshner, *The Extravagant Universe* (2002): 223

Gráfica. Simulación del modelo Friedmann-Lemaître con constante cosmológica



A. Incertidumbres. Los equipos de Kirshner-Riess y Perlmutter, ¿no estaban sobre-interpretando sus datos? Los mismos datos presentados por los equipos de Kirshner-Riess y Perlmutter, permitieron, en el año 2003, al equipo de Karttunen sacar una conclusión más cautelosa: *"No se puede seleccionar un modelo de Friedmann sobre la base de estas observaciones."*[678] Lo mismo había afirmado Robinson en el 2001: *"La mayoría de las observaciones actuales podrían ser consistentes con un Universo con constante cosmológica* $\Lambda = 0$*, parámetro de densidad cosmológica* $\Omega_{tot} = 0.3$*, constante de Hubble* $H_0 = 65 km^{-1} Mpc^{-1}$*, edad del Universo* $12{,}000 < t_0 < 13{,}500$ *millones de años"* [679]

Para entender el escepticismo de Karttunen y Robinson, en aquel entonces, hemos de profundizar un poco en el posible error que puede existir en la observación de supernovas. En el Apéndice VIII sobre las ecuaciones astrofísicas, veremos una ecuación que nos permite calcular a qué distancia se encuentra un objeto celestial, una vez que conozcamos su luminosidad absoluta y la luminosidad observada. En el caso de las supernovas tipo Ia se suponía que todas tenían la misma luminosidad absoluta, razón por la diferencia entre la luminosidad absoluta y la observada permitía calcular su distancia de nosotros. Sin embargo, en estos cálculos existe un margen de error que se explica en el siguiente cuadro matemático.

cuadro matemático 15.2 Errores de medición de la luminosidad de objetos cósmicos

La luminosidad o magnitud absoluta *M* de un objeto celestial es la magnitud que tendría a una distancia de 10 parsecs. Definimos la luminosidad observada a una distancia *d* como m_d. Estas dos cantidades nos permiten calcular la distancia:

$$(9)\quad m_d - M = 5 \lg d - 5 = 5\frac{\ln d}{\ln 10} - 5 \text{ (nota 680)}$$

[678] Hannu Karttunen y otros, *Fundamental Astronomy, Fourth Edition* (2003): 374
[679] Michael Robinson, *Los nueve números del Cosmos* (2001): 172
[680] Véase ecuación apartado A4, apéndice VIII

Ahora bien, en el caso de ecuaciones con logaritmos naturales, un error de medición Δx, genera un error en el resultado de la función Δf que se puede calcular:

(10) si $f(x) = a \ln x$, entonces, el error es:

(11) $\Delta f = a \frac{\Delta x}{x}$

Aplicando la (11) a la (9), obtenemos el error en la estimación de la distancia de la supernova a partir del error de medición en la luminosidad observada o en la estimación de su luminosidad absoluta o en ambas:

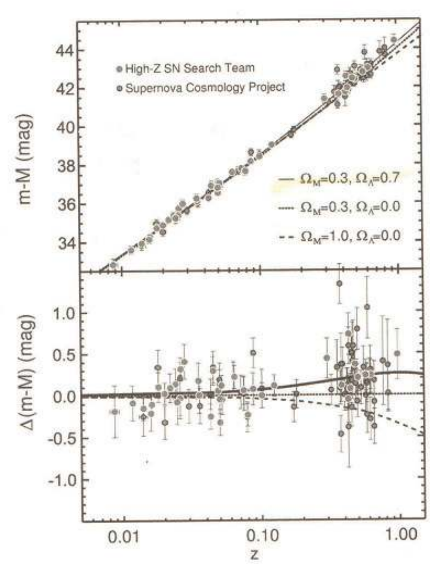
(12) $\Delta(m_r - M) = \frac{5}{\ln 10} \frac{\Delta d}{d}$

Si optamos por otro método y contamos los fotones que nos llegan de la fuente, también existe un error de medición. Si contamos N fotones, el error es:

(13) $\Delta N = \sqrt{N}$

Si vemos los márgenes de error en la observación de las supernovas, que se pueden apreciar en la siguiente gráfica, se comprende el escepticismo de Karttunen, Robinson y otros.

Gráfica. La aparente aceleración de la expansión del Universo [681]



Sin embargo, años más tarde, ambos equipos volvieron a presentar observaciones del mismo fenómeno pero más precisas, hechas con el *Hubble Space Telescope* y reduciendo el error en la luminosidad observada. En 2003, Knop y Perlmutter y su equipo presentaron datos de 11 supernovas de alto corrimiento al rojo realizadas con el *Hubble Space Telescope*[682] y en 2004, Riess y Kirshner y su equipo usaron el mismo telescopio para observaciones muy precisas de 16 supernovas recientes y reevalua-

681 Robert Kirshner, *The Extravagant Universe* (2002): 223

682 Rob Knop, *et al.,* "New constraints on Ω_M, Ω_Λ, and w from an Independent Set of Eleven High-Redshift Supernovae Observed with the HST " (2003), arXiv:astro-ph/0309368

ron la evidencia de 170 supernovas Ia reportados en el pasado y afirmaron haber corroborado de nuevo el enunciado sobre la reciente aceleración de la expansión del Universo.[683] Afirmaron además, que la transición histórica de desaceleración a aceleración de la expansión se da a una distancia que corresponde a un corrimiento al rojo de $z = 0.46 \pm 0.13$. En 2005, Astier y su equipo publicaron sus estimaciones de los parámetros cosmológicos a partir de las observaciones de 71 supernovas Ia de alto corrimiento al rojo descubiertas durante el primer año del *Supernova Legacy Survey* que durará un total de cinco años (SNLS).[684]

En el 2007, volvieron a surgir dudas sobre la interpretación de estos datos, esta vez relacionadas con la dinámica de estrellas binarias, que están en el origen de este tipo de supernovas. Si una enana blanca de masa menor que 1.38 veces la masa del Sol tiene una estrella compañera, de la cual sustrae materia, puede llegar a rebasar el límite de Chandrasekhar, y empieza a colapsar. En este caso, se inicia el proceso de triple alpha de manera explosiva y se genera una supernova tipo Ia. La masa que se eyecta al espacio adquiere velocidades de 3% de la luz. Se revuelven los elementos de toda la estrella, haciendo visibles líneas, en el espectro, de elementos más pesados que se encontraban en el centro de la estrella, además de elementos ligeros como hidrógeno y helio. Por lo tanto, según algunos cosmólogos, en el espectro de los remanentes de estas supernovas deberían de observarse líneas de hidrógeno provenientes de la estrella pareja, pero, observaciones recientes precisas revelan cero hidrógeno en supernovas tipo Ia. Un astrofísico comentó "*que esta falta de hidrógeno es un asunto muy, muy serio*." [685]

Por otro lado, en el 2008, el equipo de Foley afirmó categóricamente que esta falta de hidrógeno no es un problema, porque "*supernovas tipo Ia carecen de hidrógeno.*"[686] Foley no respondió a la inquietud de otros cosmólogos y no dio explicaciones. Usando el algoritmo de Blondin y Tonry de 2007,[687] Foley u su equipo hicieron una clasificación más precisa de diferentes tipos de supernovas. Por ejemplo, distinguieron cuatro tipos de supernovas Ia (Ia-normal; Ia-pcc; Ia-91T e Ia-91bg) y con base en esta clasificación más sofisticada, lograron reducir el error en la estimación de las luminosidades absolutas de diferentes tipos de supernovas Ia. De esta manera pudieron corroborar la hipótesis sobre la aparente aceleración de la expansión del Universo sobre bases más sólidas, con un margen de error menor al 10%, en el rango de un corrimiento al rojo de $0.2 \le z \le 0.80$.[688]

La conclusión hasta aquí es que *la aparente aceleración de la expansión es un hecho si damos por verdaderos los supuestos del modelo cosmológico* ΛCDM que se usa para interpretar el dato. A continuación analizaré esta dependencia de modelo.

---

[683] Adam Riess *et al*., "Type Ia Supernova Discoveries at z<1 From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution", arXiv:astro-ph/0402512 y *Astrophysical Journal*, vol. 607 (2004): 665-738

[684] Pierre Astier *et al*., "The Supernova Legacy Survey: Measurement of Ω_M, Ω_Λ and w from the First Year Data Set", arXiv:astro-phy/0510447 (2005)

[685] Citado en Tom Siegfried, *Science* (Abril 13, 2007): 194-195

[686] Ryan Foley *et al.,* "Spectroscopy of High-Redshift Supernovae from the ESENCE Project: the First Four Years", arXiv:0811.4424 (2008): 4

[687] Stéphane Blondin & John Tonry, ""Determining the Type, Redshift and Age of a Supernova Spectrum," en: *Astrophysical Journal*, vol. 666 (2007): 1024-1047

[688] Ryan Foley *et al*., "Spectroscopy of High-Redshift Supernovae from the ESENCE Project: the First Four Years", arXiv:0811.4424 (2008): 11

B. Dependencia de modelo. Últimamente, en la cosmología, ha empezado a circular el concepto de "cosmología-independiente-de-modelo" en reconocimiento del hecho de que la supuesta corroboración de ciertos parámetros y sus magnitudes son "dependientes de modelo". Primero se alimentan a los programas de la computadora ciertos supuestos sobre parámetros y sus magnitudes, y luego la computadora produce resultados compatibles con estos supuestos. Del punto de vista de la lógica, no se trata de una *corroboración* de una hipótesis sino de una *prueba de la compatibilidad* de cierta hipótesis con los datos, sin que esto impida que otras hipótesis también puedan ser compatibles.

En 2005, Moncy John, un astrofísico de la India, abrió camino en "*un acercamiento a la cosmología independiente de modelo, cosmográfico,*" [689] usando el cálculo de probabilidad Bayesiana.[690] Este método permite calcular la probabilidad de que ciertos datos basados en observaciones empíricas se generen en un Universo que corresponda a determinado modelo teórico. También se puede calcular que tan probable sea que estos *mismos* datos correspondan a *otro* modelo teórico del Universo, y así etcétera. Luego se comparan estas diferentes probabilidades de los mismos datos, a partir de los diferentes modelos, para decidir cuál modelo tenga una mayor probabilidad de ser el verdadero. Esta decisión de optar por el modelo más probablemente verdadero, no quita dos cosas importantes, a saber, en primer lugar, que *varios modelos teóricos sean compatibles con los mismos datos* y, en segundo lugar, que *diferentes muestras* (por ejemplo, de supernovas Ia), por la variación en los datos empíricos en diferentes muestras, *puedan generar diferentes niveles de probabilidad de un mismo modelo teórico*.

Usando los datos de los equipos de Knop-Perlmutter y Riess-Kirshner, Moncy John descubrió "*que el análisis Bayesiano demuestra que no existe evidencia basada en los datos de las supernovas que permite concluir que hubo un cambio de desaceleración hacia aceleración en los últimos* $5*10^{17}\,s$."[691] Los últimos $5*10^{17}$ segundos son los últimos 15 mil millones de años, es decir, toda la edad del Universo. Una segunda conclusión importante de John es que "*el análisis presentado no excluye ni el modelo de aceleración ni el modelo de desaceleración; al contrario, podemos concluir que los datos no pueden discriminar entre ambos modelos*."[692]

Cuadro matemático 15.3 Cálculo de probabilidad bayesiana

Definimos la "evidencia Bayesiana" $E(M)$ en favor de determinado modelo cosmológico M como la probabilidad P de que surjan los datos empíricos D, recolectados en una muestra, en el caso de que este modelo sea el que corresponda a la realidad física del Universo:

$$(14)\quad E(M) = P(D|M)$$

[689] Moncy John, "Cosmography, Deceleration Past, and Cosmological Models: Learning the Bayesian Way", en: *The Astrophysical Journal* vol. 630 (2005):667-674
[690] Harold Jeffreys, *The Theory of Probability,* 3rd edition (1998)
[691] Moncy John, "Cosmography, Deceleration Past, and Cosmological Models: Learning the Bayesian Way", en: *The Astrophysical Journal* vol. 630 (2005):672
[692] Moncy John, "Cosmography, Deceleration Past, and Cosmological Models: Learning the Bayesian Way", en: *The Astrophysical Journal* vol. 630 (2005):672

El Factor Bayes es la razón de las evidencias de dos modelos M_i y M_j:

$$(15)\ B_{ij} = \frac{E(M_i)}{E(M_j)}$$

Si $B_{ij} > 1$, preferimos el modelo M_i sobre el modelo M_j y, vice-versa, si $0 < B_{ij} < 1$, preferimos el modelo M_j sobre el modelo M_i. Luego sacamos el logaritmo natural del Factor Bayes, para comparar diferentes modelos M_i con un modelo básico M_0:

$$\text{Si } 0 < B_{0i} = \frac{E(M_0)}{E(M_i)} < 1 \Rightarrow 1\text{n}B_{0i} < 0 \Rightarrow \text{ se prefiere } M_i \text{ sobre } M_0$$

$$\text{Si } B_{0i} = \frac{E(M_0)}{E(M_i)} = 1 \Rightarrow 1\text{n}B_{0i} = 0 \Rightarrow \text{ ambos modelos, } M_i \text{ y } M_0 \text{ son plausibles}$$

$$\text{Si } B_{0i} = \frac{E(M_0)}{E(M_i)} > 1 \Rightarrow 1\text{n}B_{0i} > 0 \Rightarrow \text{ se prefiere } M_0 \text{ sobre } M_i$$

Este método inductivo es análogo al del Chi-cuadrado, muy común en las ciencias sociales, en donde se reconstruye cuál sería, por un lado, la distribución *esperada* de los datos si no existiera relación alguna entre dos fenómenos (la distribución esperada bajo la hipótesis cero), y, por otro lado, la distribución *observada,* para luego calcular si existe una discrepancia estadísticamente significativa y fuerte entre estas distribuciones *esperada* y *observada* en determinada muestra.[693] De hecho, los autores que usan el método de la probabilidad Bayesiana, muchas veces también sacan el resultado de la prueba del Chi-cuadrado, como veremos a continuación.

Siguiendo por el camino abierto por Moncy John, Elgaroy y Multamäki analizaron dos muestras de supernovas Ia, a saber, la de Riess-Kirshner —llamada la muestra 'Gold' por Elgaroy y Multamäky— y la de Astier (SNLS).[694] El modelo base M_0 con el que se comparan los demás modelos es el de un Universo plano ($k = 0$) con un parámetro de desaceleración q constante y de expansión lineal,[695] es decir, el modelo cosmológico hoy estándar, ΛCDM. Hay dos cosas sorprendentes que resultan de este análisis Bayesiano:

1. En la muestra Gold el modelo que tiene mayor probabilidad para explicar los datos empíricos de las supernovas Ia es el de un Universo cerrado ($k = +1$), no-plano, con un parámetro de desaceleración constante de $q_0 = -0.04$.[696] El modelo que tiene un segundo lugar es el modelo estándar ΛCDM, de un Universo plano ($k = 0$), también con parámetro de desaceleración constante ($q_0 = -0.29$).[697]

---

[693] Hubert Blalock, *Social Statistics* (1960): 212-220

[694] Øystein Elgaroy & Tuomas Multamäki, "Bayesian analysis of Friedmannless cosmologies," arXiv:astro-ph/0603053

[695] $q(z) = \sum q_i z^i$

[696] $Ln(B_{0i}) < 0;\ q_0 = -0.04;\ \chi^2 = 191.1$. Los autores no explican cómo un Universo cerrado puede tener una leve desaceleración negativa, es decir, una leve aceleración positiva.

[697] $Ln(B_{00}) = 0; q_0 = -0.29; \chi^2 = 182.8$

2. En la muestra SNLS el modelo más probable es el de un Universo plano ($k = 0$), también con parámetro de desaceleración constante ($q_0 = -0.42$).[698] En segundo lugar viene un modelo de un Universo plano ($k = 0$), con parámetro de desaceleración no-constante y no-lineal ($q_0 = -0.60; q_1 = -0.60; q_2 = +0.61$), con una transición de desaceleración a aceleración.[699]
3. Sin embargo, es un hecho de que en ambas muestras el modelo más probable tiene una expansión lineal constante, lo que implica que nunca hubo una transición de desaceleración a aceleración en la expansión del Universo. Los autores destacan este hecho: *"en ambos casos el mejor modelo tiene q(z) constante. Es por lo tanto razonable la conclusión que no existe evidencia significante en los actuales datos de supernovas que corrobore la idea de una transición de desaceleración a aceleración y los reclamos en el sentido contrario son muy probablemente un artefacto de la parametrización usada para acomodar (fit) los datos."*[700]
4. "*Los resultados principales son que ninguna de las dos muestras nos permiten sacar conclusiones tajantes sobre el modelo [cosmológico] subyacente, y que fuera del hecho de un parámetro de desaceleración constante y negativa, no existe evidencia de que necesitemos algo más para explicar los datos.*"[701]

El análisis de Shapiro y Turner retoma el camino abierto por Moncy John y Elgaroy y Multamäki.[702] Ellos demuestran que la interpretación de los datos de las supernovas Ia, de Riess-Kirshner, de Knop-Perlmutter y de Astier y sus respectivos equipos, parten de ciertos supuestos que no son inevitables. Shapiro y Turner demuestran que otras interpretaciones son posibles, por ejemplo, "*una larga época de desaceleración reciente es consistente con los datos con un nivel de confianza de 90%*" y "*los datos actuales de SN Ia no excluyen la posibilidad que el Universo ha estado desacelerando durante los últimos tres mil millones de años, es decir, a partir de* z = 0.3."[703] Si abandonamos el supuesto de un Universo plano, propio del modelo cosmológico estándar ΛCDM,[704] otra interpretación es posible, a saber, "*un Universo con curvatura positiva (=geometría cerrada) con una desaceleración constante encaja sorprendentemente bien en el data set de 'Gold' y si permitimos que q [=el parámetro de desaceleración] varíe, esto no altera significantemente la coincidencia con los datos.*"[705]

---

698 $Ln(B_{00}) = 0; q_0 = -0.42; \chi^2 = 112.0$

699 $Ln(B_{0i}) = 0.6$; $q_0 = -0.60; q_1 = -0.60; q_2 = +0.61$; $\chi^2 = 110.5$. Estos datos no significan que el modelo M_i (Universo plano, transición de desaceleración a aceleración) sea más probable, sino, al contrario, que el modelo de desaceleración constante y negativa M_0 es casi dos veces más probable que M_i

700 Øystein Elgaroy & Tuomas Multamäki, "Bayesian analysis of Friedmannless cosmologies," arXiv:astro-ph/0603053, pág.5

701 Øystein Elgaroy & Tuomas Multamäki, "Bayesian analysis of Friedmannless cosmologies," arXiv:astro-ph/0603053, pág.7

702 Charles Shapiro & Michael Turner, "What do we really know about cosmic acceleration?", en: *Astrophysical Journal* vol. 649 (2006): 563-569

703 Charles Shapiro & Michael Turner, "What do we really know about cosmic acceleration?", en: *Astrophysical Journal* vol. 649 (2006): 566, mis negrillas

704 CDM=Cold Dark Matter y Λ= Constante Cosmológica. En este modelo, el parámetro de la ecuación de estado tiene el valor menos uno ($w = P/\rho_{VAC} = -1$).

705 Charles Shapiro & Michael Turner, "What do we really know about cosmic acceleration?", en: *Astrophysical Journal* vol. 649 (2006): 568, mis negrillas

En síntesis, el análisis Bayesiano de Moncy John, Elgaroy y Multamäki y Shapiro y Turner, revela que ciertos datos empíricos son *compatibles* con el modelo ΛCDM, pero esta *compatibilidad* de los datos con el modelo ΛCDM no lo *corrobora*, dado que existen otros modelos que, con diferentes grados de probabilidad, puedan explicar los mismos datos empíricos, entre ellos en paradigma Buchert-Wiltshire que veremos en la Sección 16.

Sección 15.3. La energía oscura y la dinámica gravitacional de cúmulos de galaxias

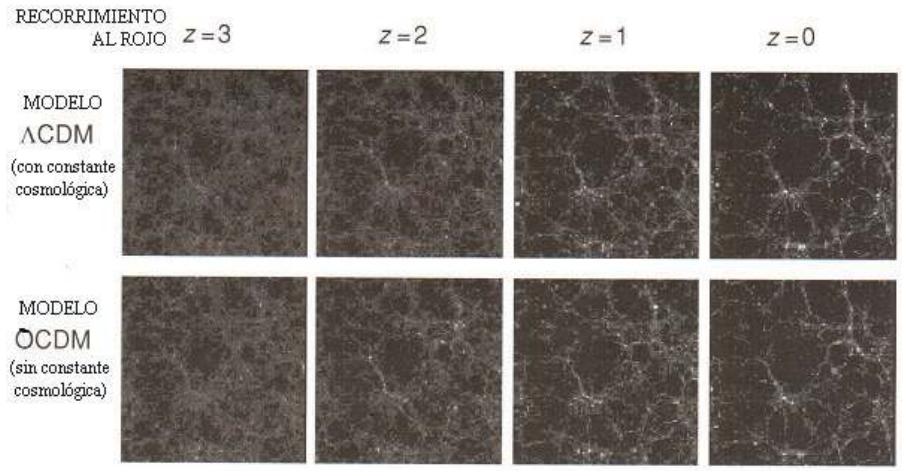
En 2006, Longair señaló que la observación de las estructuras a escala grande, como por ejemplo, cúmulos de galaxias en diferentes etapas de la evolución del Universo, no permite distinguir claramente entre diferentes modelos cosmológicos en el momento actual de la historia del Universo. Partiendo de unas simulaciones con una súper computadora, realizadas por Guinevere Kauffmann y otros,[706] Malcolm Longair comparó dos tipos de Universos: [707]

1. Estructuras a escala grande generadas en un espacio abierto *sin constante cosmológica* del modelo *OCDM* (=*open cold dark matter)*, con un "*parámetro de densidad total (overall density parameter) de aproximadamente* $\Omega_0 = 0.3$"
2. Las mismas estructuras generadas en un Universo plano *con constante cosmológica* del modelo ΛCDM (=*lambda cold dark matter):* "*una manera de conservar la geometría plana del espacio es la de incluir la constante cosmológica en el modelo de modo que* $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$."

Según Longair, "*no hay mucha diferencia en la dinámica del modelo subyacente, si comparamos el modelo* ΛCDM *con el modelo OCDM [con* $\Omega_\Lambda = 0$*]*" e interpreta este hecho, argumentando que *"esto es así, porque la dinámica solamente empieza a diferir del caso de* $\Omega_\Lambda = 0$ *(…) en las etapas tardías de la evolución del Universo, cuando el efecto de la constante cosmológica es el de estirar la escala de tiempo del modelo, permitiendo el desarrollo mayor de perturbaciones.*"[708] Las estructuras con mayor corrimiento al rojo, están más alejadas de nosotros, en el tiempo. Por eso, si vamos de la derecha a la izquierda, vemos que el tamaño del mismo objeto se reduce progresivamente,[709] es decir, el ángulo bajo el cual se lo observa, es cada vez más pequeño. Todo esto se observa en las imágenes generadas por la computadora y es un tanto obvio. Pero, el hecho importante es que *ambas series de imágenes*, con constante cosmológica, en un Universo con geometría plana (la serie de arriba) y sin ésta, en un Universo con geometría abierta (la serie de abajo) *son idénticas*. *No aparecen, todavía, diferencias generadas por la constante cosmológica, en ninguna de las cuatro edades contempladas*. Estas diferencias aparecerían en etapas más tardías de la evolución del Universo.

[706] Guinevere Kauffmann *et al*., "Clusters of galaxies in a hierarchical Universe, en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,* vol. 303 (1999): 188-206
[707] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 414
[708] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 414-415. mis negrillas
[709] Si tomamos la edad del Universo como función de la densidad de materia, y del corrimiento al rojo de los fotones, podemos calcularla para los diferentes valores de z. Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1994):504 dan $t = 2.0571 * 10^{17} (\Omega_0 h^2)^{-1/2} (1+z)^{-3/2} s$, $(\Omega_0 = 0.28; h = 0.7) \rightarrow t = 17.6$ mil millones de años para z = 0; $t = 11.1$ MMA para z = 1; $t = 8.5$ MMA para z = 2; y $t = 7.0$ MMA para z = 3

Gráfica. Un Universo con y sin constante cosmológica [710]



Los autores originales de estas imágenes, a saber, Guinevere Kauffmann y su equipo, dicen lo mismo: "*Dadas las incertidumbres en el modelaje de algunos de los procesos físicos críticos, concluimos que todavía no es posible sacar conclusiones firmes sobre los valores de los parámetros cosmológicos.*" [711]

Sin embargo, recientemente, en el año 2008, Alexei Vikhlinin y su equipo de astrofísicos han mejorado la precisión de las observaciones y han difundido en los medios de comunicación la noticia que la dinámica de cúmulos de galaxias revela la existencia de la energía oscura. Observando la radiación de rayos-X y calculando, a partir de diferentes aproximaciones, el probable contenido de masa de 86 cúmulos de galaxias, construyeron dos funciones de masa de cúmulos de galaxias, una para 37 cúmulos de galaxias relativamente *lejanos,* a una distancia de unos mil millones de años luz, con un corrimiento al rojo de z = 0.5 a z = 0.9, y otra para 49 cúmulos *cercanos* con corrimientos de z = 0.05 a z = 0.25. Afirman que estas funciones de masa de cúmulos de galaxias corroboran un modelo cosmológico de $\Omega_M = 0.3$ y $\Omega_\Lambda = 0.7$ y refutan el modelo de $\Omega_M = 0.3$ y $\Omega_\Lambda = 0$. [712] Veamos.

A. Las incertidumbres. Para analizar la evolución de cúmulos de galaxias y su distribución de masa, existen varios instrumentos de análisis de datos, entre ellos los siguientes tres. Desde los inicios de la astrofísica se han utilizado diferentes funciones que establecen una relación entre la luminosidad de estrellas o (cúmulos de) galaxias y su masa total.[713] Varios astrofísicos han mejorado esta función, estableciendo una relación entre la radiación de rayos-X emitida por plasma caliente y la masa total del cúmulo.[714] Un segundo instrumento es la función de de Navarro-Frenk-White so-

---

[710] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 414

[711] Guinevere Kauffmann *et al*., Clustering galaxies in a hierarchical universe" en: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 303 (1999): 188-206

[712] Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project II", arXiv:0805.2207 & "Chandra cluster cosmology project III: cosmological parameter constraints," arXiv:0812.2720

[713] Véase el cuadro matemático 14.1 de la Sección 14.

[714] Véase, por ejemplo, Thomas Reiprich & Hans Böhringer, "The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy," en: *The Astrophysical Journal* vol. 567 (2002)

bre la distribución de masa (de las galaxias) en cúmulos de galaxias, que analizaré más adelante,[715] porque no es usado por el equipo de Vikhlinin, que se interesa más bien por la distribución de masa *total* que en su mayor parte, según ellos, es oscura.

En el siguiente análisis de las incertidumbres, partiré del teorema de Press-Schechter que analizamos arriba. La función de Press-Schechter fue mejorado por Tinker en 2008.[716] Según Tinker y su equipo, *"la función de masa no es universal y co-varía de manera sistemática con el corrimiento al rojo, en el intervalo de* $z = 0$ *a* $z = 2.5$"[717] y sugirieron una manera de subsanar este error sistemático. Vikhlinin y su equipo usan la función mejorada de Press-Schechter-Tinker.

Las funciones que establecen relaciones estadísticas entre luminosidad (o radiación de rayos-X) y masa total, y entre la distribución de la densidad de masa total y el radio del cúmulo, tienen incertidumbres que conviene analizar un poco más de cerca. Para entender el cúmulo de incertidumbres en las mediciones de la masa total de los cúmulos y en la construcción de la función de masa, hay que analizar dos gráficas de los autores,[718] de la cual reproduzco la segunda un poco más adelante. En estas gráficas se lee el número de galaxias por volumen (en Mpc^3), con una masa equivalente a un múltiple de la masa del Sol, en dos momentos de la historia del Universo, a saber, más recientemente $(0.025 \leq z \leq 0.25)$ y más atrás $(0.55 \leq z \leq 0.90)$. Desde el origen, en el eje vertical se lee el número de galaxias por volumen, de menor a mayor, y en el eje horizontal, el múltiple de la masa del Sol, de menos a más masivo. Ahora bien, *los posibles errores en la construcción de la distribución de la densidad de masa de los cúmulos son causa de que los valores que se leen en el eje vertical suban o bajen, y los errores en la medición de la masa total de las galaxias son causa que los valores que se leen en el eje horizontal se muevan hacia la izquierda o la derecha*.[719] Estos errores no son insignificantes. Reiprich y Böhringer señalaron el margen de error en la construcción de la función de masa de los cúmulos de galaxias, a saber, en una muestra de 106 cúmulos de galaxias de bajo corrimiento al rojo —es decir, relativamente cercanas—, una correlación Pearson entre radiación de rayos-X y masa total de los cúmulos de $r = 0.92$,[720] lo que implica que el 85% de la variación de la masa en esos cúmulos se explica por la variación en la radiación de rayos-X y que queda una variación de masa de 15% que no se explica por la radiación de rayos-X.

---

[715] Véase el cuadro matemático 16.10 de la Sección 16. Véase Julio Navarro, Carlos Frenk & Simon White, "The Structure of Cold Dark Matter Halos", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 462 (1996): 563-575 y "A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 490 (1997): 493-508

[716] Jeremy Tinker *et al*., "Toward a halo mass function for precision cosmology: The limits of universality," arXiv:0803.2706 (2008): 1-19

[717] Jeremy Tinker *et a*l., "Toward a Halo Mass Function for Precise Cosmology: the Limits of Universality," arXiv:0803.2706, pág. 14

[718] La primera gráfica en Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project II. Samples and X-ray data reduction", arXiv:0805.2207, Figure 16, pág. 20 y Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project III: cosmological parameter constraints," arXiv:0812.2720, Figure 1, pág. 3 y la segunda en Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project III: "(2008): arXiv:0812.2720 (2008): Figure 2, p. 4

[719] Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project II. Samples and X-ray data reduction", arXiv:0805.2207, pág. 23: "*In a sense, the* $V(M)$ *systematic [errors] move the cumulative mass functions in Fig. 16 up and down, while the potential* M_{tot} *biases shift the mass function along the M axis*."

[720] Véase la Sección 14, cuadro matemático 14.4. Thomas Reiprich & Hans Böhringer, "The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy," en: *The Astrophysical Journal* vol. 567 (2002): 726

El error *acumulado* en la estimación de la masa total de los cúmulos de galaxias, que genera un desplazamiento de los valores en el eje horizontal, es potencialmente grande, porque el posible error acumulado es de un orden de magnitud, es decir, ± 100 % ([nota 721]). Las dos muestras que maneja Vikhlinin toman en cuenta lo señalado por Tinker, lo que le permite subsanar un tanto la fuente de error que resulta del hecho de que la función de Press-Schechter varía con el corrimiento al rojo. Digo 'un tanto', porque también en esta relación estadística, existe una variación considerable de los datos empíricos alrededor de la predicción realizada por la ecuación de Tinker que relaciona la variación de la función de masa con la variación del corrimiento al rojo.[722]

Vikhlinin y su equipo no informan sobre el posible efecto *acumulado* de estas incertidumbres en su derivación de los parámetros cosmológicos, a saber, $\Omega_M = 0.25$ y $\Omega_\Lambda = 0.75$.[723] Reiprich y Böhringer habían señalado que su modelo de la función de masa era compatible con un omega material *promedio* de $\Omega_m = 0.12$, pero dado un total de 18 "*incertidumbres sistemáticas,*"[724] con una variación *promedio* del margen de error de $\Omega_m = 0.08$ a $\Omega_m = 0.18$, cabe la posibilidad de *una variación máxima, en el caso de una acumulación azarosa de estos errores, de 150%*, lo que solamente permite poner un límite máximo al valor de omega material de $\Omega_m < 0.31$. Rines y su equipo indican un margen de error acumulado de $\pm 50\%$, a saber $0.15 \leq \Omega_m \leq 0.38$.[725] Vikhlinin afirma que estos errores sistemáticos no influyen en su decisión sobre los parámetros cosmológicos. Esta afirmación sería cierta, si diferentes errores se compensaran mutuamente, pero sería falsa, si estos errores se acumularan causando un *bias* sistemático en una sola dirección. No hay manera de saber qué es el caso. En el caso improbable, pero posible, de un error sistemático acumulado, se invalidarían las conclusiones.

---

[721] La estimación de la masa del gas con base en la temperatura de la radiación tiene un margen de error de $\pm 3\%$ a $\pm 3.5\%$. El *bias* en la estimación de la masa de gas para cúmulos que no se encuentran en equilibrio hidrostático es ± 10 *a* 15%. Las estimaciones de la masa total de los cúmulos, con base en la intensidad de la radiación de los rayos-X; con base en la temperatura T_X de estos rayos-X; con base en la masa del gas caliente M_{gas}, o con base en una combinación de estas mediciones ($Y_X = T_X \times M_X$) es calibrada con base en las estimaciones de la masa total hidrostática de una muestra de 17 cúmulos de galaxias bien conocidas. Pero esta calibración puede subestimar la masa total hasta en un 15%. Los autores no pueden corregir este último error "*debido a incertidumbres teóricas.*" La estimación de M_{tot} con base en la temperatura T_X, para cúmulos 'relajados' (=en equilibrio) puede resultar en una subestimación de la masa total de hasta 10 *a* 20% y este error se multiplica con 1.17 para cúmulos 'no relajados' (=no en equilibrio hidrostático), suponiendo que la evolución de la relación $M_{tot} \leftrightarrow T_X$ es idéntica para cúmulos relajados y no-relajados, pero, este supuesto no se puede verificar independientemente del modelo teórico de la cosmología de fondo. Aún con este supuesto sobre esta evolución, se genera un margen de error adicional de $\pm 7\%$. En este uso de un modelo teórico para reducir márgenes de error en las observaciones surge un problema fundamental, que los autores no mencionan y que analizaré más adelante. Otra estimación de estas incertidumbres sistemáticas $M_{tot} \leftrightarrow T_X$, de hasta 9%, surge de la comparación de los resultados basados en rayos-X con los obtenidos con base en las estimaciones de masa basadas en *lensing* gravitacional débil, que a su vez conlleva una incertidumbre de hasta 30%. La estimación de la masa total del cúmulo basada en la estimación de la masa del gas del cúmulo, conlleva "*una fuente mayor de incertidumbres sistemáticas,*" que no se especifican. Las estimaciones de la masa de cúmulos basadas en la temperatura y la masa de gas conjuntamente ($Y_X = T_X \times M_X$), conllevan los mismos márgenes de error que las basadas en $M_{tot} \leftrightarrow T_X$.

[722] Thomas Reiprich & Hans Böhringer, "The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy Clusters," en: *The Astrophysical Journal* vol. 567 (2002): Figure 9

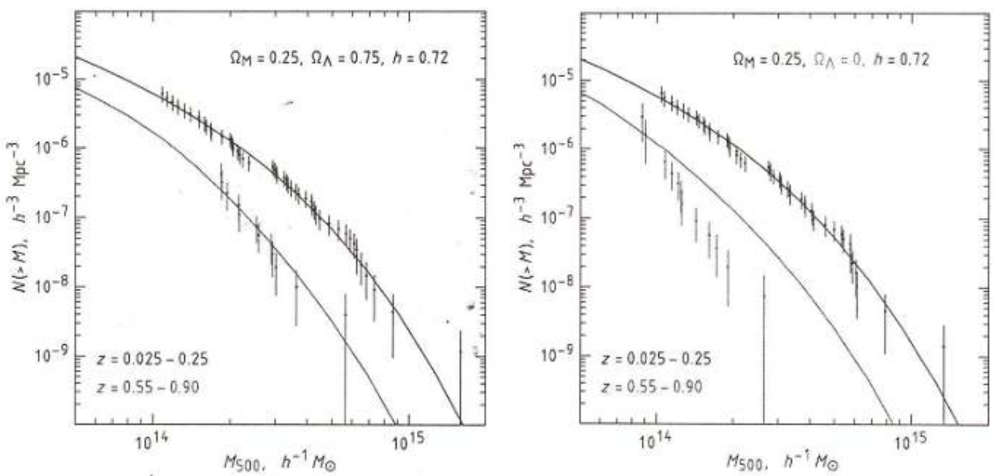
[723] Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project III" (2008): arXiv:0812.2720

[724] Thomas Reiprich & Hans Böhringer, "The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy," en: *The Astrophysical Journal* vol. 567 (2002): 734

[725] Kenneth Rines et al., "The Virial Mass Function of Nearby SDSS Galaxy Clusters," en : *The Astrophysical Journal*, vol. 657 (2008): 183-196

En la siguiente gráfica se puede apreciar, que la función de masa de los 49 cúmulos cercanos, con corrimientos al rojo de $0.025 \leq z \leq 0.25$, es idéntica en ambos modelos, a saber, $\Omega_M = 0.25$ y $\Omega_\Lambda = 0.75$ (lado izquierdo) ó $\Omega_M = 0.25$ y $\Omega_\Lambda = 0$ (lado derecho).

Gráfica. Los parámetros cosmológicos derivados de las funciones de masa [726]



EXPLICACIÓN: 1) Se hace el supuesto de un Universo plano (omega total = uno)
2) Las curvas de arriba representan los resultados de la muestra de 49 cúmulos de bajo corrimiento al rojo (z=0.025 a z=0.25)
3) Las curvas de abajo representan los resultados de la submuestra de 11 cúmulos del más alto corrimiento al rojo, seleccionados de la muestra de 36 cúmulos de alto corrimiento al rojo (z=0.55 a z=0.9)
4) Esta selección de 11 cúmulos se hizo "para ilustrar mejor los resultados", Vikhlinin et al., arXiv:0812.2720 (2008): Figure 2, p.4
5) Los resultados de la muestra de 49 cúmulos de bajo corrimiento al rojo encajan bien en ambos modelos, con constante cosmológica (lado izquierdo) y sin constante cosmológica (lado derecho).
6) Los resultados de la muestra de 11 cúmulos de alto corrimiento al rojo solamente encaja en el modelo con constante cosmológica.

Solamente difiere en ambos modelos la función de masa de 9 de los 36 cúmulos que se encuentran a una distancia de unos mil millones de años luz, con un corrimiento al rojo $0.5 \leq z \leq 0.90$. El hecho de que en el modelo $\Omega_M = 0.25$ y $\Omega_\Lambda = 0$, se ven menos galaxias masivas de lo que se esperaría si fuera cierto que $\Omega_\Lambda = 0$, significa que esta hipótesis $\Omega_M = 0.25$ y $\Omega_\Lambda = 0$ quedaría refutada. La selección de estos 9 galaxias un poco más lejanas, de entre la submuestra de 36, no fue azarosa, sino que se hizo para "*mejor ilustrar los resultados*"[727] lo que huele a verificacionismo. Pero, aún en el caso de que esta selección no se hizo para favorecer la hipótesis, la diferencia de la masa total de estas nueve galaxias en ambos modelos (del lado izquierdo y lado derecho), la cual se lee en el eje horizontal, y que motiva a Vikhlinin decidir cuál modelo es correcto, es del 50%,[728] *un porcentaje menor al posible efecto acumulado de los errores sistemáticos* que tienen un margen, como indiqué arriba, de $\pm 100\%$.

[726] Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project III" (2008): arXiv:0812.2720 (2008): Figure 2, p. 4
[727] Alexei Vikhlinin *et al.,* "Chandra cluster cosmology project III" (2008) arXiv:0812.2720 (2008): Figure 2, p. 4,
[728] Se trata de una escala logarítmica, por lo tanto, $(5.6 * 10^{14} - 2.6 * 10^{14}) / (5.6 * 10^{14}) \approx 50\%$

B. Dependencia del modelo. Vikhlinin y su equipo hacen simulaciones con la computadora que *suponen el modelo cosmológico que pretenden corroborar*. Los autores lo admiten con toda franqueza, en cinco diferentes ocasiones.[729] La interpretación de los datos empíricos es "*model-dependent*". El problema es que el modelo usado parte de la dinámica gravitacional newtoniana, que sobreestima de manera importante la masa necesaria para explicar la evolución de los cúmulos de galaxias. Es por eso que algunos cosmólogos buscan una cosmología independiente del modelo. Por ejemplo, Tamara Davis afirma que "*es importante evitar en el análisis [de los datos] supuestos dependientes del modelo*" y sugiere que, en lo posible, "*observadores deberían de reportar resultados independientes del modelo*."[730] Esto no quita que la investigación de Vikhlinin y su equipo ha demostrado —fuera del caso improbable de un error sistemático acumulado— la *compatibilidad* de los datos con el modelo ΛCDM.

Sección 15.4. La energía oscura y la radiación cósmica de fondo

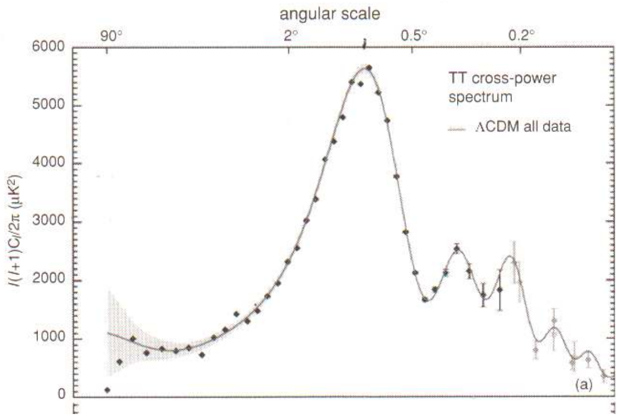
La cosmología moderna analiza los diferentes ángulos desde los cuales se perciben las pequeñas variaciones o anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo, cuyo descubrimiento por George Smoot y su equipo se narra en la Sección 18.5, como una prueba del modelo de un Universo plano con energía oscura. Como ejemplo reproduzco una gráfica de Longair. La línea curvada ondulante de la gráfica se genera con computadora, a partir de una función tipo Legendre, suponiendo y alimentando a la computadora los valores de los parámetros de algún modelo cosmológico. En el caso concreto de la gráfica arriba reproducida, se hace el supuesto del modelo estándar, con constante cosmológica, a saber, ΛCDM, con una densidad de materia de $\Omega_M \approx 0.3$ y una densidad de energía oscura de $\Omega_\Lambda \approx 0.7$. Los puntos negros presentan las observaciones: en el eje horizontal se lee el ángulo desde el cual se hizo la observación y en el eje vertical se lee la magnitud de las anisotropías observadas. La variación máxima en la temperatura es de uno en cien mil.

---

[729] 1) "Todas las cantidades que dependen de la distancia son calculadas suponiendo un modelo cosmológico ΛCDM con $\Omega_M = 0.30$ y $\Omega_\Lambda = 0.7$" (Alexei Vikhlinin et al., "Chandra cluster cosmology project II. Samples and X-ray data reduction", arXiv:0805.2207, pág. 1). 2) "¿Deberíamos de usar la modelación teórica para realizar correcciones a las estimaciones de la masa basadas en rayos-X, o basarnos exclusivamente en las observaciones? Nuestra decisión es la de usar las correcciones sugeridas por las simulaciones [del modelo] para estimar [y reducir] los errores sistemáticos" (ibidem, p.11). 3) "No podemos verificar este supuesto independientemente de la cosmología de fondo [cuyos parámetros] quisiéramos medir. Así que nos basamos en las simulaciones [de este modelo cosmológico] para estimar la magnitud de las posibles desviaciones..."(ibidem, p. 12). 4) "Desafortunadamente, no podemos establecer la tendencia en $f_g(M)$ [=en la razón de masa de gas y masa total] para cúmulos de alto corrimiento al rojo independientemente de la cosmología subyacente. Por eso, nos apoyamos fuertemente en los modelos teóricos... cercanos al modelo concordante ΛCDM" (ibidem, pág. 13). 5) "La evolución de la función de masa [de nuestro estudio] requiere $\Omega_\Lambda > 0$ y limita el parámetro de la ecuación de estado de la energía oscura a $w = -1.14 \pm 0.21$, siempre y cuando supongamos [assuming] un w constante y un Universo plano" (Alexei Vikhlinin et al., "Chandra cluster cosmology project III: cosmological parameter constraints," arXiv:0812.2720, pág. 1, mis negrillas. Se supone que $w = P/\rho = -1$ cuando $\Omega_\Lambda \neq 0$)

[730] Tamara Davis, "Model Independent Cosmology", enero de 2009, *on line*. La autora está elaborando una publicación al respecto (comunicación privada)

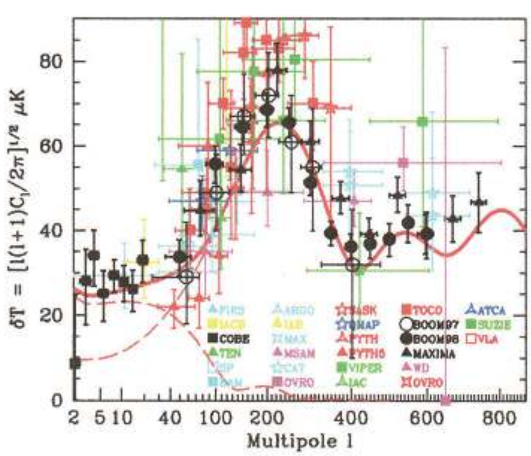
Gráfica. El modelo ΛCDM, es compatible con las anisotropías de la Radiación Cósmica $CMBR$[731]



El lector que ve esta gráfica tal vez piense 'pues, aquí no hay duda, qué admirable coincidencia de las observaciones con la teoría'. Sin embargo, las cosas no son tan simples como parecen a primera vista. En primer lugar (A), estas observaciones son una especie de promedio de muchas diferentes observaciones. En segundo lugar (B), la curva es *model-dependent.*

A. Incertidumbres. La siguiente gráfica de Tegmark, Zaldarriaga y Hamilton, del año 2000, presenta las observaciones de 27 diferentes equipos de cosmólogos. La curva que mejor encaja en todas estas observaciones discrepantes de la Radiación Cósmica de Fondo, promediándolas de alguna manera, es la curva sólida roja, que no representa un Universo plano, sino un Universo cerrado con $\Omega_{tot} = 1.3$,[732] razón por la cual, según los autores, hay que complementar estas observaciones de la CMBR con observaciones de las estructuras a escala grande del Universo.

Gráfica. Las observaciones discrepantes de las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo



[731] Malcolm Longair, *The Cosmic Century* (2006): 424

[732] Max Tegmark, Matías Zaldarriaga y Andrew Hamilton, "Towards a refined concordance model: joint 11-parameter constraints from CMB and large scale structure", arXiv:astro-ph/0008167 (2000): 1

B. Dependencia del modelo. En esta gráfica del año 2000, el modelo cosmológico quedó definido por 11 parámetros. Pero, la cosmología moderna, como toda ciencia, tiende a perfeccionarse y más recientemente, en febrero de 2009, Uros Seljak y Matías Zaldarriaga de Harvard generaron curvas alimentando a la computadora, no 11 sino 16 supuestos sobre parámetros cosmológicos y además, otros 20 supuestos sobre parámetros no cosmológicos, en total 36. A continuación reproduzco los 16 supuestos sobre parámetros cosmológicos del modelo *CMBFast* de Seljak y Zadarriaga.[733]

Tabla. 16 Parámetros cosmológicos del modelo CMBFast

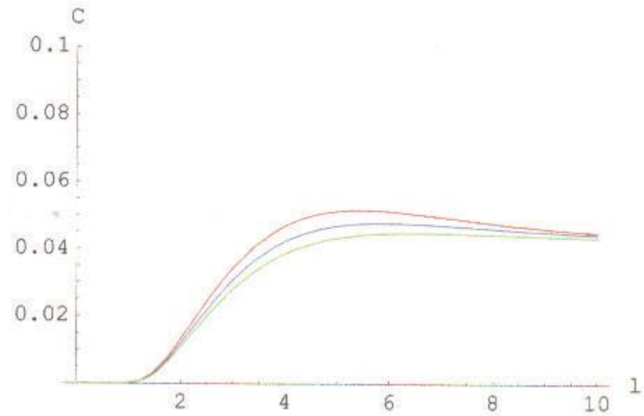
Simbolo	Explicación
w_{de}	Ecuación de estado del componente de energía oscura
$\Omega_b, \Omega_d, \Omega_\Lambda, \Omega_{neu}$	Densidades de energía provenientes de bariones, materia oscura, energía oscura y neutrinos masivos
H_0	Constante de Hubble en km/seg/Mpc
T_{CMB}	Temperatura actual de la radiación cósmica de fondo
Y_{He}	La abundancia de helio
$N_{neu/\sin masa}$	Número de neutrinos sin masa
$N_{neu/con\,masa}$	Número de neutrinos masivos g
g^{masivo}	Número de grados de libertad relativistas cuando los neutrinos masivos se desacoplan
an	Índice espectral escalar (aparece como exponente de la frecuencia ν^{an})
$\alpha_{an} = d(an)/d(lyk)$	Variación del índice espectral escalar
ant	Índice espectral tensorial
$\alpha_{ant} = d(ant)/d(lyk)$	Variación del índice espectral tensorial
$rat_{esc/tens}$	Razón escalar/tensorial
τ_{disper}	Profundidad óptica de la última superficie de dispersión
z_{reion}	Corrimiento al rojo de la re-ionización
$r_{ion/tot}$	Gas ionizado como fracción del gas total

Ahora bien, si variamos, a modo de ejemplo, la magnitud de un solo parámetro, a saber, el que representa el grado de homogeneidad del Universo (la cual adquiere más adelante una singular importancia[734]), salen diferentes magnitudes de la anisotropía mayor. La simulación que a continuación se reproduce está hecha con el programa Mathematica de Wolfram.[735]

---

[733] Uros Seljak & Matías Zaldarriaga, "List of CMBFAST parameters," CMBFAST Website
[734] Véase la Sección 16
[735] Simulación realizada con *Mathematica* de Wolfram, a partir de las ecuaciones 9.144 y 9.148 de Edward Kolb & Michael Turner, *The Early Universe* (1990): 386

Gráfica. Variación de la anisotropía mayor por variación de la homogeneidad en un 20%



Con otras palabras, algunos supuestos del modelo influyen poderosamente en el grado de compatibilidad de los datos con el modelo cosmológico de concordancia. Explico brevemente la gráfica. La letra "**l**" en el eje horizontal representa el ángulo de observación (el orden del polinomio de Legendre) y "**C**" en el eje vertical es la correlación entre intensidades que representa la anisotropía de la Radiación Cósmica de Fondo. La variación del pico máximo de la anisotropía en esta simulación se debe a la variación de la constante "**n**" que representa el grado de homogeneidad del Universo. La línea azul representa un Universo totalmente homogéneo (n=1); y las líneas roja (n=1.2) y verde (n=0.8), Universos inhomogéneos. Esto es solamente un ejemplo de cómo la selección de valores para ciertas constantes afecta la curva que relaciona el ángulo de observación y la anisotropía.

Esta dependencia del modelo, aunada a la dispersión de diferentes observaciones, hace problemático sacar conclusiones tajantes sobre el modelo cosmológico. Los datos no nos permiten refutar un modelo y corroborar otro, sino solamente demuestran que el modelo ΛCDM es *compatible* con los datos.

Dada esta dependencia del modelo y dado los márgenes de error de cada una de las 27 observaciones tan discrepantes entre sí,[736] no es una sorpresa que *diferentes modelos pueden explicar, con tasas de probabilidad semejantes, los mismos datos*, así como pudimos apreciar arriba en el apartado sobre la probabilidad Bayesiana.[737] Más adelante,[738] veremos otro modelo capaz de explicar los mismos datos.

Del punto de vista de la filosofía de la ciencia, aquí surge un problema. Cuando observamos la coincidencia (*fit*) de las observaciones con un modelo teórico definido por un conjunto de parámetros, ¿cuál de estas 36 parámetros se pretenden corroborar o refutar? Si bien es cierto que algunos parámetros no son libres, otros son dependientes del modelo que está en la base de las simulaciones que generan las conocidas gráficas de las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo. Por ejemplo, el valor de la abundancia de helio *He* en el Universo es conocido con cierta precisión.[739] Pero, otros

[736] Véase la gráfica anterior titulada "Las observaciones discrepantes de las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo"
[737] Véase la Sección 15.2
[738] Véase la Sección 16
[739] Véase la Sección 13.5

parámetros obtienen un valor *dependiente del modelo*. Por ejemplo, la homogeneidad del Universo, la temperatura T de la Radiación Cósmica de Fondo, la constante de Hubble H_0, la densidad de materia Ω_M y la curvatura del espacio Ω_k son observaciones cuyo valor depende en parte de supuestos del modelo, a saber, un Universo homogéneo y una dinámica gravitacional newtoniana. En un modelo relativista de un Universo inhomogéneo, las magnitudes de estos parámetros serán diferentes, como veremos más adelante.[740] Otros parámetros no son el fruto de una interacción de las observaciones con el modelo, sino que son ajenos a toda observación y totalmente dependientes del modelo, por ejemplo, el valor crucial de la supuesta densidad de energía oscura Ω_Λ, que se fija de tal manera que las cuentas chequen.

Sección 15.5. Explicaciones teóricas de la energía oscura

Un primer problema con la explicación teórica de la energía oscura como constante cosmológica es que su valor teórico no corresponde, en absoluto, a su valor empírico. Según Weinberg, "*las predicciones teóricas [de la componente repulsiva] de la constante cosmológica exceden los límites empíricos con 120 órdenes de magnitud.*"[741] Lo mismo es señalado por Frieman, Turner & Huterer: "*La explicación más simple para la energía oscura es la energía asociada al vacuum; es matemáticamente equivalente a la constante cosmológica. Sin embargo, todos los intentos de calcular la densidad de energía del vacuum a partir de las energías punto-cero de todos los campos cuánticos arrojan un resultado que es demasiado grande con muchos órdenes de magnitud o infinito.*"[742] ¡Pequeña discrepancia! Las afirmaciones de que *"las predicciones teóricas exceden los límites empíricos*" o que "*todos los intentos de calcular la densidad de energía del vacuum.... arrojan un resultado demasiado grande*" representan una manera diplomática para expresar que *la teoría ha sido refutada por los hechos.*

Weinberg revisa cinco salidas de este 'problema de la constante cosmológica' (a, b, c, d & e), para ver si se pueda salvar la teoría. Con él, analizo estas cinco teorías que pretenden explicar la existencia de la constante cosmológica (a, b, c, d y e): [743]

a) La primera posible salida serían "*supersimetría, supergravedad, supercuerdas*".[744] El problema con estas soluciones es que en el mundo real la supersimetría se rompe, resultando en un valor *positivo*-definitivo de la energía del vacío. Recuerda el lector, que la constante cosmológica Λ_- requiere un valor *negativo*, de modo que la supersimetría "*convertiría el problema de la constante cosmológica de una crisis en un desastre.*"[745] En el caso de la súper gravedad, *"el problema de la constante cosmológica no se convierte en un desastre, pero sigue siendo una crisis."*[746] La 'solución' ofrecida por las supercuerdas incluye objetos ajenos "*a todo principio físico conocido,*" y, además, matemáticamente "*es muy difícil ver cómo alguna propiedad de súper gravedad o supercuerdas podría hacer la constante*

[740] Véase la Sección 16
[741] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 1
[742] Joshua Frieman, Michael Turner & Dragan Huterer, "Dark Energy and the Accelerating Universe," arXiv:0803.0982 (marzo de 2008), pág. 44
[743] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989)
[744] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 4-6
[745] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 4
[746] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 5

cosmológica lo suficientemente pequeña", para que se quede dentro de los "*límites empíricos*". [747] En la Sección 20 analizaré más en detalle la teoría de las supercuerdas. Las objeciones de Weinberg son de orden *matemático*, y en el caso de las supercuerdas afirma que, además, son ajenas a todo principio *físico* conocido. Este modo de proceder impide que estas hipótesis sean contrastadas con la realidad, de modo que se está cruzando la frontera entre la ciencia y la ciencia ficción.[748]

b) La segunda salida del problema podría ser la variación de las constantes físicas, entre ellas la constante cosmológica, en diferentes partes o eras de nuestro Universo. Weinberg presenta esta solución como una aplicación del "*principio antrópico débil*".[749] Ciertamente, el hecho de que estamos aquí pone restricciones a los posibles valores de la hipotética constante cosmológica. En el caso de una constante cosmológica positiva, su valor "*debe ser suficientemente pequeña para permitir la formación de condensaciones gravitacionales grandes*" y, en el caso de un valor negativo, "*la restricción antrópica [débil] es, simplemente, que el Universo debe durar tiempo suficiente para que pueda aparecer la vida.*"[750] Al conjeturar la hipótesis sobre la variación de las constantes, entre ellas la constante cosmológica, desaparecería la discrepancia entre teoría y evidencia empírica. Esta hipótesis sí es científica, porque es refutable por observaciones empíricas y, de hecho, ha sido refutada, dado que se ha corroborado la constancia de las constantes físicas en diferentes eras y partes de nuestro Universo.[751]

c) Una tercera posible salida del problema sería lo que Weinberg llama los "*mecanismos de ajuste*".[752] Se supone que "*las fluctuaciones en el vacío*" de los campos de fuerza sin masa, como el gravitacional y el electromagnético, "*contribuyen a la constante cosmológica efectiva,*" [nuestro Λ] de tal manera que "*los ajustes generados por el campo escalar [nuestro Λ_-] cancelan el efecto de las fluctuaciones de campo gravitacional y electromagnético [nuestro Λ_+].*" [753] El lector se da cuenta de que la teoría de Davies, arriba explicada, sobre los dos componentes con signo opuesto de la constante cosmológica neta o efectiva, es la que postula este 'mecanismo de ajuste', precisamente con el fin de obtener una constante cosmológica con un valor neto cerca de cero, que permite reconciliar la teoría con los hechos de la observación. Sin embargo, contra lo que opina Davies, Weinberg opina que "*parece imposible construir una teoría con uno o varios campos escalares con las propiedades que se les atribuye*" y que "*muchos teóricos han intentado inventar mecanismos de ajuste para cancelar la constante cosmológica [nuestro Λ_-], pero, hasta ahora, sin éxito.*"[754]

d) Otra solución matemática al problema de la constante cosmológica es la que la introduce como *constante de integración* en el tensor de Einstein.[755]

---

[747] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 6
[748] En la Sección 21 se explica dónde está la frontera entre ciencia y ciencia ficción
[749] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 6-9
[750] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 8, 9
[751] Véase la Sección 20.3 para una revisión de la evidencia empírica.
[752] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 9-11
[753] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 10
[754] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 10, 11
[755] Véase el apéndice VI B sobre la relatividad general, la ecuación (286)

CUADRO MATEMÁTICO 15.4 El tensor de Einstein sin y con constante cosmológica

El tensor de Einstein:

(16) sin constante cosmológica: $R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$

(17) con constante cosmológica[756]: $R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R - \Lambda g^{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$

La derivación de estas ecuaciones se encuentran en el Apéndice VI B.

Una constante de integración tiene la característica de no tener un valor definido, de modo que, en este caso, se le puede atribuir el valor que la teoría requiere para ser corroborada. Este modo de proceder es un ejemplo típico de 'verificacionismo' e impide que la hipótesis sea contrastada con la realidad.[757] Weinberg presenta el procedimiento matemático para deducir la constante cosmológica como constante de integración,[758] pero admite que "*esto no resuelve el problema de la constante cosmológica*".[759] El problema es, como señala Weinberg, que esta constante de integración "*no se relaciona con ningún parámetro en la acción,*"[760] es decir, no es una función de otras variables físicas en la teoría. Se trata, entonces, de una constante de integración la cual tiene *efectos* sobre otros objetos físicos, pero que *no se explica por causas* físicas. Por eso, puede atribuírsele cualquier valor. Como tal, la constante se sale del principio de la causalidad, y, por lo tanto, de la ciencia.[761]

e) La última posible salida del problema de la constante cosmológica sería la "*cosmología cuántica*"[762] que otros autores conocen como la teoría de 'gravedad cuántica'.[763] Weinberg hace referencia a trabajos de Hawking [764] y Coleman[765], quienes intentaron desarrollar la función de onda $\psi(h,\phi)$] del Universo entero, en donde la onda ψ es una función de un sistema de coordenadas de *tres* dimensiones espaciales (h_{ij}), arreglado de tal manera que "*la superficie espacial tenga tiempo t constante*"[766] (el tiempo no es una *variable* física) y de campos de materia ϕ que constituyen su frontera. Weinberg sugiere que el cuadrado de esta función [$\psi^2(h,\phi)$] es una función de distribución de probabilidades, en cuya solución, dados ciertos supuestos, entre ellos la dependencia de un sistema de coordenados euclidianos, aparece un término que funciona como la constante cosmológica. Ahora bien, esta distribución tiene una cima, a saber, la solución de mayor probabilidad. En esta cima, el valor de la

756 Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (1972): 155, 613
757 Véase la Sección 21
758 Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 11-14
759 Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 11, 14
760 Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 11
761 Véase la Sección 22
762 Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 14-20
763 Por ejemplo, Lee Smolin, *Three Roads to Quantum Gravity* (1998) y "Quantum Gravity: The Fork in the Road", en *The Trouble with Physics* (2006): 80-98, 238-244
764 Steven Hawking, en: *Physical Letters B,* vol. 134 (1984): 403
765 Sidney Coleman, "Why there is nothing rather than something: A theory of the cosmological constant", Harvard University Preprint No.HUTP-88/A022 (1988)
766 Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 14

constante cosmológica es cero: "*Hawking describió cómo en la cosmología cuántica podría darse una distribución de valores de la constante cosmológica efectiva, con una cima enorme en* $\lambda_{eff} = 0$" y Coleman encontró *"una cima aún más pronunciada*" en el mismo valor de cero.[767] Weinberg se pregunta "*si la constante cosmológica realmente es cero, o solamente suficientemente pequeña para satisfacer las restricciones antrópicas, en cuyo caso tendría que manifestarse para ser observada*".[768] Es el mismo dilema expresado arriba por Davies.

En esta quinta solución del problema, la constante cosmológica obtiene el valor cero, lo que equivale decir que *en nuestro Universo no procede*. Pero, según Coleman, esta distribución de probabilidades se extiende realmente a lo largo de muchos Universos, que "*no son observables*",[769] conectados por '*wormholes*', de modo que habrá Universos donde la constante cosmológica es "*muy pequeña*" y otros donde es "*enorme*", y lo que decide su valor en nuestro Universo serían "*las consideraciones antrópicas [que] nos dicen que cualquier científico que hace preguntas sobre la constante cosmológica solamente puede vivir en [Universos con] componentes* $|\alpha\rangle$ *para los cuales* λ_{eff} *es muy pequeño, porque de lo contrario, jamás habrían surgido galaxias y estrellas (para* $\lambda_{eff} > 0$*), o, no habría habido tiempo para que emergiera la vida (para* $\lambda_{eff} < 0$*).*" [770]

Weinberg expresa algunas dudas sobre estas especulaciones, a saber (1) "*¿la geometría euclidiana tiene algo que ver con el mundo real?";* (2) las condiciones de frontera *no* han sido definidas, de modo que esta "*cosmología cuántica es una teoría incompleta*"; (3) "*¿los 'wormholes' son reales?*"; y (4) dado que la fijación de los valores de parámetros importantes en esta teoría dependen de "*los detalles de la física de wormholes*", que nadie conoce, sucede que "*un rasgo realmente insatisfactorio de la teoría cuántica de la gravedad ha sido la aparente arbitrariedad de este conjunto … de parámetros*." [771] Además, la teoría de la gravedad cuántica de Hawking-Coleman *omite el tiempo como variable física*, haciéndola *constante* e "*imaginaria*"[772]. En este modo de proceder, se abandona el principio de la causalidad y, por eso, uno de los principios axiomáticos del proceder científico.

En este contexto vale la pena citar a Gerard 't Hooft, experto en la materia, quien afirma que la teoría de los *wormholes* es ciencia ficción: "*para la mecánica cuántica, ellos [los wormholes] son desastrosos … wormholes son absolutamente inobservables*" y estamos, por lo tanto, justificados para "*negarnos a tomar en serio ciencia ficción.*"[773]

Encima de todo esto, *las ecuaciones de este modelo dependen de un espacio euclidiano fijo, abandonando el axioma Einsteiniano de que la física debe ser 'background-independent'*, es decir, que no debe depender del sistema de coordenadas. Los últimos avances, más prometedores, de Renate Loll y Jan Ambjorn,[774] construyen algunos principios fundamentales de una teoría de la

[767] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 14
[768] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 18
[769] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 18
[770] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 18
[771] Steven Weinberg, "The cosmological constant problem," en: *Reviews of Modern Physics*, vol. 61 (1989): 19-20
[772] Steven Hawking caracteriza así el tiempo en *A brief history of time,* traducido como *Historia del Tiempo* (1988)
[773] Gerard ´t Hooft, *In search of the ultimate building blocks* (1997): 173
[774] Jan Ambjorn & J. Jurkiewicz & Renate Loll, "The Universe from Scratch", hep-th/0509010v3

gravedad cuántica, a saber, 1) la discontinuidad cuántica (*discreteness*), ya no solo de la energía, sino del mismo tiempo y espacio; 2) la *independencia del sistema de coordenadas* ("*background-independence*"); y 3) la *causalidad*. Con su modelo comprueban que "*en una teoría cuántica de la gravedad, que es 'background-independent´, un espacio-tiempo clásico con tres dimensiones espaciales puede emerger de un mundo puramente cuántico basado solamente en 'discreteness' y causalidad*."[775] Viendo que estos últimos avances respetan los principios de la causalidad, de la objetividad del tiempo como *variable*, y de la independencia de las leyes físicas del sistema de coordenadas, que son básicos en la física moderna, Smolin saca una conclusión importante sobre la teoría de Hawking-Coleman:

> *"Una consecuencia de estos resultados es que una de las ideas más ampliamente aceptadas sobre la gravedad cuántica es, en realidad, errónea. Por ejemplo, Stephen Hawking y otros solían argumentar que la estructura causal no era esencial, y que se podían llevar a cabo cálculos en gravedad cuántica, ignorando las diferencias entre espacio y tiempo —diferencias que se respetan en la relatividad general— tratando el tiempo como una dimensión espacial más. Esto era lo que Hawking quería decir con estas referencias misteriosas en su 'Breve Historia del Tiempo' al tiempo como 'imaginaria'. Los resultados de Ambjorn y Loll demuestran que esta idea es errónea."*[776]

En síntesis, de las cinco salidas revisadas por Weinberg, una es científica (la b), pero queda refutada por los hechos (véase Sección 20.3). Las otras cuatro salidas teóricas (a, c, d & e) no pueden ser contrastadas con los hechos de nuestro Universo observable y, de esta manera, cruzan la demarcación entre ciencia y ciencia ficción.

Ruth Daly, una cosmóloga que, con Djorgovski, ha intentado analizar la supuesta aceleración de la expansión del Universo con un procesamiento de los datos del corrimiento al rojo independiente del modelo cosmológico, admite que no sabemos de qué estamos hablando cuando hablamos de 'energía oscura'.[777] Ella afirma que "*[e]l análisis independiente del modelo puede ser extendido para resolver las propiedades de la energía oscura como una función del corrimiento al rojo, en donde "energía oscura" es el nombre que se da a lo que sea que cause la aceleración del Universo.*"[778]

Sobre este estado lamentable de cosas, Ohanian afirma lo siguiente: "*Los intentos de relacionar la constante cosmológica con las propiedades de partículas elementales ... incluyen teoría cuántica y teoría de cuerdas ... [y] todos estos intentos han sido un fracaso total. En comparación con el valor del término cosmológico observado en nuestro Universo, el valor teórico calculado es demasiado grande con un factor de uno seguido por cien ceros. El fracaso abismal en el cálculo del valor de la constante cosmológica es un golpe doloroso al orgullo de los físicos teóricos, porque se trata del fracaso mayor en la*

---

[775] Lee Smolin, *The Trouble with Physics* (2006): 243
[776] Lee Smolin, *The Trouble with Physics* (2006): 243
[777] Ruth Daly & S. Djorgovski, "Direct Determination of the Kinematics of the Universe and Properties of the Dark Energy as Functions of Redshift," en: *The Astronomical Journal,* vol. 612 (2004): 652-659; y "Improved Constraints on the Acceleration History of the Universe and the Properties of the Dark Energy," en: *The Astronomical Journal,* vol. 677 (2008): 1-11
[778] Ruth Daly, "A Decade of Dark Energy: 1998-2008," arXiv:0901.2724, pág. 4: "where the 'dark energy' is the name given to whatever is causing the universe to accelerate"

física de todos los tiempos."[779] Algunos físicos, aunque sean pocos, como Dreyer, van más lejos y afirman que el problema de la constante cosmológica está resuelto, por la sencilla razón de que no existe. [780] La afirmación de Dreyer tendría sentido, *si tuviéramos una explicación teórica alternativa* de los fenómenos que se pretenden explicar con la especulación sobre la energía oscura. En la siguiente sección, analizaré una teoría alternativa que, efectivamente, prescinde de la especulación sobre la energía oscura.

Sección 16. La relatividad general refuta la especulación sobre la energía oscura

En los libros de texto, se suele comparar la expansión del Universo con un globo que se infla haciendo que se alejen las monedas pegadas en su superficie. La expansión del globo es homogénea y simétrica, en cualquier dirección se da la misma tasa de expansión. También los cosmólogos manejan el supuesto de la homogeneidad e isotropía del Universo para la construcción de sus modelos. Si bien es cierto que el Universo *fue* homogéneo e isotrópico en el momento de la recombinación de núcleos de átomos de hidrógeno y helio con los electrones, unos 300,000 años después del *Big Bang*, tal como lo registramos en la Radiación Cósmica de Fondo, que es una reliquia de este momento del pasado, a partir de este momento las mínimas inhomogeneidades presentes en aquel entonces —que se registran en las mínimas anisotropías de dicha radiación—, se han ido magnificando y *hoy el Universo, lejos de ser homogéneo, es un conjunto de enormes vacíos rodeados por filamentos o paredes de cúmulos de galaxias*.

Peebles analizó el problema de la inhomogeneidad del Universo a escala pequeña,[781] pero concluyó que aún así existe "*evidencia en favor del principio cosmológico*" de la homogeneidad e isotropía del Universo a escala grande, y que, si bien es cierto que *"la distribución inhomogéneo de la masa en el mundo real*" produce un *bias* a la baja en el tamaño angular de los objetos celestiales y un *bias* a la alta en sus magnitudes aparentes, esta "*distorsión sistemática probablemente no es grande*."[782] El problema es que la real inhomogeneidad del Universo produce otras distorsiones sistemáticas, no contempladas por Peebles, a saber, la *backreaction* y las tasas diferenciales del correr del tiempo en regiones densas y vacías del Universo, que invalidan los parámetros básicos del modelo ΛCDM, como veremos a continuación.

Estamos ubicados en el centro de un enorme vacío de 200 a 300 Mpc que expande en un 20 a 30% más rápidamente de lo que se esperaría según la constante de Hubble global, promedio[783]; localmente constatamos dos enormes vacíos, ambos con un diámetro de unos 35 a 70 Mpc; existe una superestructura estirada de unos 400 Mpc conocida como la Gran Muralla de *Sloan*; existe el

[779] Hans Ohanian, *Einstein's Mistakes* (2008): 253-254

[780] Olaf Dreyer, "Backgound-Independent Quantum Field Theory and the Cosmological Constant Problem", hep-th/0409048v2. Véase también Lee Smolin, *The Trouble with Physics* (2006): 247: "*La idea errónea de que existe un problema surgió como una consecuencia de dividir las variables físicas en dos grupos, haciendo algunas variables cuánticas background-dependent y congelando las otras variables —que, por lo tanto, dejan de ser variables— para que constituyan este background fijo. Este modo de proceder viola el principio de que las ecuaciones físicas deben ser* background-independent."

[781] James Peebles, "Fractal Universe and Large-Scale Departures from Homogeneity" y "Cosmology in an Inhomogéneous Universe", en: *Principles of Physical Cosmology* (1993): 209-224, 343-360

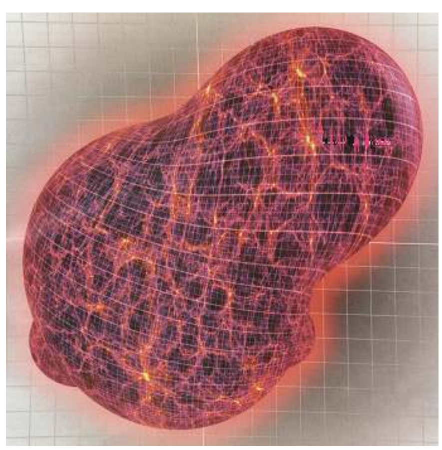
[782] James Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (1993): 224, 343

[783] Paul Hunt & Subir Sarkar, "Constraints on large scale inhomogeneities from WMAP-5 and SDSS: confrontation with recent observations", arXiv:0807.4508, pág.1

supercúmulo de *Shapely* con un diámetro en el centro de 40 Mpc, a una distancia de unos 200 Mpc de nosotros; además, según el *Key Project* del *Hubble Space Telescope* existe una anisotropía significante en la expansión local, a distancias de hasta 100 Mpc (nota 784). "*Alrededor de 40 a 50% del volumen del Universo, en el momento presente, consiste de vacíos del orden de* $30\,h^{-1}$ *Mpc [≈entre 40 a 50 Mpc] en diámetro (...) y existe mucha evidencia de vacíos 3 a 5 veces este tamaño, así como de vacíos en escalas más pequeñas*."[785].Obviamente, con el tiempo, debida a la expansión del Universo, la participación de los vacíos en el volumen total va amentando, y la de las regiones gravitacionalmente colapsadas, disminuyendo.

Hoy, la expansión del Universo se parece más a un río revuelto con rápidos que al globo de los libros de texto que se infla simétricamente. A diferencia del fluido homogéneo de un río amplio y lento, el fluido de los rápidos es inhomogéneo. Unas partes fluyen más rápidamente que otras y entre unas y otras se genera fricción con espuma. Donde se encuentran obstáculos, la corriente alrededor del obstáculo se lentifica y genera vórtices y hundimientos en la superficie del agua. La expansión del Universo es como un fluido que topa con obstáculos en la forma de cúmulos de galaxias que lentifican su flujo, con diferentes tasas de expansión en diferentes regiones que generan en las áreas fronterizas entre ellas distorsiones (en inglés *shear*) y enormes vórtices generados por agujeros negros. Los filamentos y gigantescas paredes de cúmulos de cientos de Megaparsecs, rodean grandes vacíos donde, aparentemente, la expansión es más rápida, es decir, la desaceleración de la expansión es menor que en las regiones con alta densidad de materia. Dado que las regiones densas frenan la expansión, la desaceleración de regiones vacías es menor que la de regiones densas, de modo que el Universo no se parece a un globo que expande como una esfera homogénea e istrópica, sino una esfera deformada, como se puede apreciar en la siguiente imagen, tomada del *Scientific American*.[786]

Imagen. La desaceleración de la expansión del Universo es mayor en las regiones densas con filamentos de cúmulos de galaxias (*walls*) que en las regiones casi vacías (*voids*)



[784] Nan Li & Dominic Schwarz, "Scale dependence of cosmological backreaction", arXiv:astro-ph/0710.5073, p. 1

[785] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 4

[786] Timothy Clifton & Pedro Ferreira, "Dark Energy: Does it really exist?", en: *Scientific American*, vol. 300 (2009): 33. Según estos autores vivimos en el centro de un enorme vacío esférico del tamaño del Universo observable, unos $850 \pm 170\,h^{-1}\,Mpc$: véase su "Living in a void", arXiv:0807.1443 (2008): 1-4. Su modelo no debe confundirse con el paradigma de Buchert-Wiltshire, que analizaré más adelante, aunque mencionan de paso a Buchert.

A continuación analizaré las consecuencias de la real inhomogeneidad del Universo en las siguientes subsecciones:

1. La *backreaction* resultante de la operación de promediar regiones inhomogéneas
2. Las tasas diferenciales del correr del tiempo en diferentes regiones inhomogéneas
3. El nuevo parámetro integrado de Buchert-Wiltshire

Sección 16.1.- La *backreaction* que resulta de promediar regiones inhomogéneas

El Universo es inhomogéneo, a saber, un conjunto de regiones con alta densidad de materia (*walls*), donde los relojes locales corren más lentamente, y regiones casi vacías (*voids*), donde los relojes corren más rápidamente. Podemos 'desaparecer' esta inhomogeneidad por medio de un proceso de promediar —en inglés *smoothing*—, pero esto no quita que los parámetros cosmológicos de los *walls* y de los *voids* y los parámetros global-promedio difieren entre sí, lo que invalida el supuesto básico del modelo cosmológico estándar. Todo esto tiene también consecuencias para la curvatura del espacio. Aunque el Universo tenga una curvatura global-promedio, esto no impide que en regiones gravitacionalmente colapsadas, como las galaxias y cúmulos de galaxias, el espacio no se expande y la curvatura de la geometría es positiva ($k > 0$) sobre todo cerca de los centros de las galaxias donde se ubican hoyos negros. En cambio, en las grandes regiones vacías del Universo, la geometría es abierta, y la curvatura negativa ($k < 0$). Por lo tanto, la curvatura del espacio no es homogénea.

Un ejemplo numérico ayuda a entender cómo la operación de promediar las inhomogeneidades locales las transforma en homogeneidad global. Escojo al azar 27 números entre 01 y 100,[787] con una diferencia máxima entre el número menor y mayor de 94. Luego se promedian cada tres números y se obtienen nueve números,[788] que difieren entre sí menos que los 27 originales, con una diferencia máxima entre los números más extremos, en este caso, de 59. Se vuelve a promediar cada grupo de tres números y se obtienen 3 nuevos números[789] que difieren aún menos entre ellos, con una diferencia máxima de 33. Por fin, se promedian estos últimos tres números y se obtiene un solo promedio.[790] El último promedio representaría los parámetros del Universo a escala global y las diferencias entre los 27 números iniciales representarían las inhomogeneidades en los parámetros locales. Si vamos gradualmente de la inhomogeneidad de los 27 números a la homogeneidad del último promedio, la inhomogeneidad de los números originales se va reduciendo hasta desaparecer totalmente.

Ahora bien, ¿cómo obtenemos los parámetros cosmológicos global-promedio? Obviamente, para llegar de las magnitudes inhomogéneas de un parámetro cosmológico en regiones locales al parámetro global homogéneo, hemos de sacar un promedio ponderado de su magnitud en *walls* y *voids*. Sin embargo, hay una complicación, porque todos los parámetros evolucionan en el tiempo, de modo que su magnitud no es constante en el tiempo, ni a escala local ni a escala global. Tenemos, entonces, dos opciones, a saber, podemos primero promediar el valor inicial de un parámetro en diferentes

[787] Los números azarosos están tomados de Hubert Blalock, *Social Statistics* (1960): 437, se trata de 10, 09, 73, 25, 33, 76, 52, 01, 35, 86, 34, 67, 35, 48, 76, 80, 95, 90, 91, 17, 39, 29, 27, 49, 45, 37 y 54.
[788] A saber, 30.7, 44.7, 29.3, 62.3, 53, 88.3, 49, 35 y 45.3.
[789] A saber, 34.9, 67.9 y 43.1.
[790] En este caso 48.6.

regiones del Universo y luego permitir que evolucione este promedio; ó podemos permitir que un parámetro evolucione en diferentes regiones y al final promediar el resultado de estas diferentes evoluciones. Normalmente, la operación de promediar y la operación de evolucionar en el tiempo, son conmutativas. Da lo mismo, si primero promediamos un fenómeno en diferentes regiones y luego permitimos que evolucione el promedio en el tiempo, o al revés, si primero permitimos que evolucione un fenómeno en diferentes regiones, y al final sacamos el promedio, como podemos apreciar en el siguiente cuadro matemático.

CUADRO MATEMÁTICO 16.1 Las operaciones de promediar y derivar suelen ser conmutativas

Normalmente, las operaciones de promediar y evolucionar en el tiempo (o derivar sobre el tiempo) son conmutativas. En la primera ecuación primero promediamos y luego sacamos la derivada sobre el tiempo:

$$(1)\ \partial_t \left\langle x^3 + 2x^2 - 3x + 6 \right\rangle = \partial_t (\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1.5) = \frac{3}{4}x^2 + x - \frac{3}{4}$$

En la segunda ecuación, primero derivamos cada término sobre el tiempo y luego promediamos.

$$(2)\ \left\langle \partial_t x^3 + \partial_{tt} 2x^2 - \partial_t 3x + \partial_t 6 \right\rangle = \left\langle 3x^2 + 4x - 3 + 0 \right\rangle = \frac{3}{4}x^2 + x - \frac{3}{4}$$

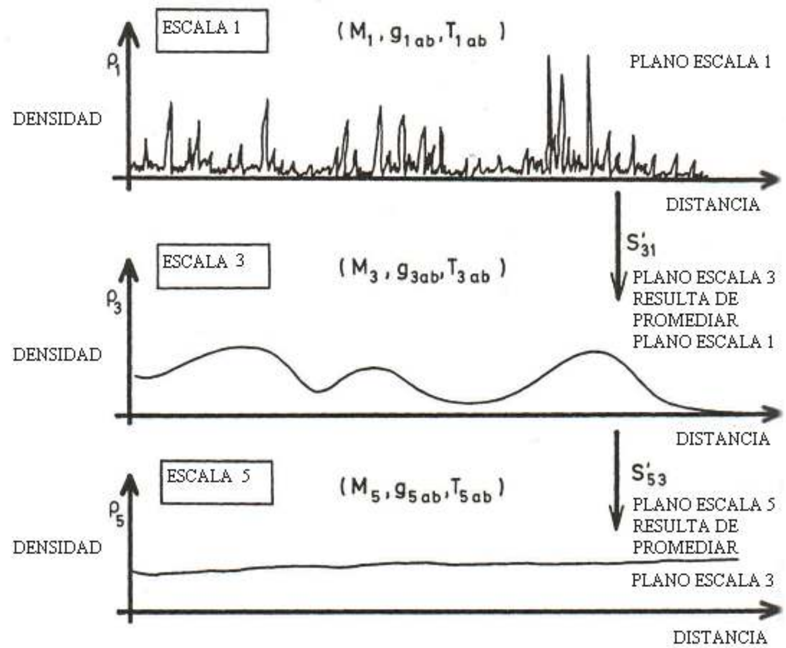
En ambos casos, obtenemos el mismo resultado. Con otras palabras, aún en el caso de términos no-lineales, las operaciones de promediar y derivar en el tiempo suelen ser conmutativas.

El problema con muchos parámetros cosmológicos es que se determinan mediante ecuaciones *tensoriales* y no es lo mismo resolver las ecuaciones de Einstein para una distribución promedio de materia y luego dejar que este promedio evolucione en el tiempo ó resolver estas ecuaciones para diferentes regiones de la distribución real e inhomogéneo del Universo —sin promediarlas desde un principio—, y luego promediar las geometrías resultantes al final. *Los cosmólogos suelen primero promediar y luego resolver con las ecuaciones de Einstein la geometría homogénea que resultó de la evolución en el tiempo de este promedio, cuando deberían de resolver primero con las ecuaciones de Einstein las diferentes geometrías de diferentes regiones inhomogéneas del Universo y luego promediar los resultados, y por eso obtienen resultados equivocados*, como dice Wiltshire: "*la geometría que surge da la evolución en el tiempo de un promedio inicial de la distribución de materia, generalmente no coincide con la posterior geometría promedio de la distribución plenamente inhomogénea de la materia obtenida por las ecuaciones de Einstein.*"[791] El primero en señalar la importancia de esta no-conmutatividad de las operaciones de promediar y resolver las ecuaciones de Einstein para regiones inhomogéneas del Universo, fue George Ellis, en 1984.[792] Ellis demostró que la estructura de las ecuaciones no-lineales de la relatividad general queda modificada por la operación de promediar, llamado *smoothing* en inglés, a escalas más grandes. Veamos este problema primero gráficamente (la siguiente gráfica) y luego algebraicamente (el siguiente cuadro matemático 16.2).

[791] David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732
[792] George Ellis, "Relativistic Cosmology: Its Nature, Aims and Problems", en: B. Bertotti *et al*., eds., *General Relativity and Gravitation*, págs. 215-288.

La siguiente gráfica, tomada de Ellis, permite apreciar tres escalas en la medición de fenómenos del Universo, a saber, la escala de *estrellas y sistemas solares*; la escala de las *galaxias*; y la escala de los *cúmulos de galaxias y filamentos de cúmulos*.

Gráfica. La operación de promediar a escala cada vez más grande [793]



Obviamente, la evolución en el tiempo ha sido al revés: a partir de la nube homogéneo e isotrópico de hidrógeno y helio, en el momento de la recombinación unos 300,000 años después del *Big Bang*, primero surgieron los cúmulos y filamentos como nubes de gas en proceso de colapsar, rodeadas por grandes vacíos; luego las galaxias como nubes de gas colapsando dentro de las nubes más grandes; y finalmente las estrellas como nubes de gas colapsadas dentro de las nubes de las futuras galaxias. En la marcha, el Universo se hizo cada más inhomogéneo.

Ahora bien, aunque normalmente las operaciones de promediar y evolucionar en el tiempo son conmutativas, como vimos en el cuadro matemático 16.1, no lo son en el caso del álgebra tensorial, como se puede apreciar en el cuadro matemático 16.2. No podemos trasladar el tensor de Einstein del nivel del plano 1, al nivel del plano 3 y de allí al plano 5: "*Un problema importante en los fundamentos de la cosmología es el de proveer definiciones correctas de 'manifolds' promediados; es decir, de la operación de promediar la métrica [$G_{\mu\nu}$] y el tensor de energía [$T_{\mu\nu}$].*"[794].

[793] George Ellis, "Relativistic Cosmology: Its Nature, Aims and Problems", en: B. Bertotti, *et al.,* eds., *General Relativity and Gravitation* (1984): 230

[794] George Ellis, "Relativistic Cosmology: Its Nature, Aims and Problems", en: B. Bertotti, *et al.*, eds., *General Relativity and Gravitation*, págs. 231. "Manifolds" son diferentes regiones espacio-temporales del Universo

Para quitar el error que surge al primero promediar la distribución de masa en diferentes regiones del Universo y luego resolver las ecuaciones del Einstein para un promedio global que evolucionó en el tiempo, *se debe introducir un término de corrección*, llamado el término de la *backreaction*, en el mismo tensor de Einstein, así como se puede apreciar en el siguiente cuadro matemático.

CUADRO MATEMÁTICO 16.2 El término de la *backreaction* en el tensor de Einstein

El tensor de Einstein es:[795]

$$(3\ \mathrm{A})\quad G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = \kappa T^{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}\ .$$

y a escala 1, este tensor se ve así:

$$(3\ \mathrm{B})\quad G_{1\mu\nu} = R_{1\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{1\mu\nu} R_1 = \kappa T_{1\mu\nu}$$

Pero*, a escala 3 y 5, el término del lado izquierdo, que representa un promedio de la métrica, ya no es igual al término del lado derecho, que representa un promedio de la masa-energía:*

$$(4\ \mathrm{A})\quad G_{3\mu\nu} \neq \kappa T_{3\mu\nu}$$

$$(4\ \mathrm{B})\quad G_{5\mu\nu} \neq \kappa T_{5\mu\nu}$$

En la (4 A) y la (4 B) necesitamos el término de lo que Buchert después llamará la *backreaction,* $P_{3\mu\nu}$ y $P_{5\mu\nu}$, para que el tensor de Einstein, a estas escalas, quede como sigue:[796]

$$(5)\quad G_{3\mu\nu} = R_{3\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{3\mu\nu} R_3 = \kappa T_{3\mu\nu} + P_{3\mu\nu}$$

$$(6)\quad G_{5\mu\nu} = R_{5\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{5\mu\nu} R_5 = \kappa T_{5\mu\nu} + P_{5\mu\nu}$$

Los términos teóricos de la *backreaction*, $P_{3\mu\nu}$ y $P_{5\mu\nu}$, son análogos al término Q_D de Buchert, Kolb, Matarrese y Riotto en el cuadro matemático 16.3, pero sin definir su valor empírico.[797] Posteriormente, Zalaletdinov, un astrofísico de Uzbekistán, logró definir la ecuación tensorial *promedio* de Einstein con precisión matemática.[798] El tensor de Einstein promediado, según Zalaletdinov se ve así:[799]

$$(7)\quad \overline{g}^{\beta\varepsilon} M_{\beta\gamma} - \frac{1}{2}\delta^{\varepsilon}_{\gamma}\overline{g}^{\mu\nu} M_{\mu\nu} = -\kappa\left\langle T^{\varepsilon(micro)}_{\gamma}\right\rangle + (Z^{\varepsilon}_{\mu\nu\gamma} + \frac{1}{2}\delta^{\varepsilon}_{\gamma} Q_{\mu\nu})\overline{g}^{\mu\nu},$$

en donde $\overline{g}^{\beta\varepsilon} M_{\beta\gamma}$ es el tensor promediado de curvatura y el escalar promediado de curvatura es $\overline{g}^{\mu\nu} M_{\mu\nu} = M$.

---

[795] Ecuación (286) del Apéndice VI B

[796] George Ellis, "Relativistic Cosmology: Its Nature, Aims and Problems", en: B. Bertotti *et al.,* eds., *General Relativity and Gravitation*, págs. 233

[797] Existe un trabajo que promedia las ecuaciones no-lineales de Einstein en forma lineal, a saber, William Stoeger, Amina Helmi & Diego Torres, "Averaging Einstein's Equations: The Linearized Case", arXiv:gr-qc/9904020

[798] Roustam Zalaletdinov ha encontrado el modo exacto de promediar las ecuaciones tensoriales de Einstein en forma no-lineal, así como el lector puede apreciar en la larga lista de publicaciones de su página *web*. Menciono solamente dos: "Averaging out the Einstein's Equations", en: *General Relativity and Gravitation,* vol. 24 (1992): 1015-1031; y "Averaging problem in general relativity, macroscopic gravity and using Einstein's equations in cosmology", en: *Bulletin of the Astronomical Society of India* (1997): 401-416.

[799] Roustam Zalaletdinov, "Averaging out the Einstein's Equations", en: *General Relativity and Gravitation,* vol. 24 (1992): 1025 ecuación (23)

Lamentablemente, durante quince años, los señalamientos de Ellis no fueron acogidos por los cosmólogos en la construcción de sus modelos, porque prefirieron estimar los valores de los parámetros globales, que luego se proyectaban hacia los inicios del Universo, en modelos simplificados, a saber, newtonianos y homogéneos. Las simplificaciones de estos modelos cosmológicos, generalmente lineales, en primera instancia no alarmaron a nadie. Pero, los problemas se agudizaron con el descubrimiento, a fines de los años '90, de la aparente aceleración reciente de la expansión del Universo. Solamente si las tasas de expansión locales fueran iguales a la tasa de expansión global-promedio, como en el caso de un Universo homogéneo e isotrópico, la magnitud del término de la *backreaction* sería cero,[800] pero este supuesto es insostenible, como veremos a continuación.

Thomas Buchert, un astrofísico alemán que trabaja en la Universidad de Lyon, en Francia, sacó las acertadas observaciones de Ellis del closet. A continuación, defino algunos términos del modelo de Buchert, para poder comparar modelos homogéneos e inhomogéneos, tanto newtonianos como relativistas.[801]

1) D, un determinado dominio espacio-temporal del Universo;
2) H_D, la constante de Hubble en este dominio;
3) $\langle R \rangle_D$, la curvatura promedio del Universo, representada por el escalar de Ricci;
4) Θ_D, la expansión del volumen de este dominio, que describe la expansión o contracción de elementos del fluido;
5) σ, el *shear*, es decir, la distorsión de elementos del fluido por la interacción con la materia circuncidante que genera un efecto de marea;
6) $d_t\langle \Theta \rangle_D$, la evolución en el tiempo del promedio inicial de la expansión de los volúmenes de dominios locales (primero se saca el promedio, y luego se da la evolución de este promedio); otros autores escriben $\langle \Theta \rangle_D{}^{\circ}$, ó también
7) $d_t\langle \Theta \rangle_D$, el promedio final de las evoluciones de la expansión de los volúmenes de dominios locales (primero evoluciona la expansión de diferentes dominios y luego se saca el promedio);
8) Q_D, 'la fuente' de resultados no-lineales, también llamada el 'término de la *backreaction*' que mide la discrepancia entre el modelo cosmológico estándar, que es perfectamente homogéneo e isotrópico, y el modelo que toma en cuenta la influencia de las inhomogeneidades;[802]
9) a_D, la tasa de expansión en un dominio del Universo.

---

[800] Porque, entonces, $d_t\langle \Theta \rangle_D = \langle d_t\Theta \rangle_D$, de modo que $Q_D = 0$. Véase el Cuadro Matemático 16.3.

[801] El modelo de gravitación newtoniana (virial) no necesariamente es homogéneo. También se pueden construir modelos newtonianos e inhomogéneos : véase Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 1-9

[802] Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 3

En el caso de la expansión de volúmenes esféricos inhomogéneos Θ, la operación de promediar y la operación de evolucionar en el tiempo NO son conmutativas, de modo que se genera lo que se conoce como la *backreaction* Q_D, que representa la diferencia entre el promedio de las cantidades evolucionadas y el resultado de la evolución del promedio inicial. El siguiente cuadro matemático explica cómo se deduce el término de la *backreaction*.[803]

CUADRO MATEMÁTICO 16.3 CÓMO SE GENERA EL TÉRMINO DE LA *BACKREACTION*

La diferencia entre $d_t\langle\Theta\rangle_D$ y $\langle d_t\Theta\rangle_D$ produce el término de la *backreaction* Q_D:

$$(8)\quad \begin{aligned} d_t\langle\Theta\rangle_D - \langle d_t\Theta\rangle_D &= \left\langle(\Theta - \langle\Theta\rangle_D)^2\right\rangle_D = \left\langle\Theta^2 - 2\Theta\langle\Theta\rangle_D + \langle\Theta\rangle_D{}^2\right\rangle_D = \\ &= \left\langle\Theta^2\right\rangle_D - 2\langle\Theta\rangle_D\langle\Theta\rangle_D + \left\langle\langle\Theta\rangle_D\right\rangle_D{}^2 = \left\langle\Theta^2\right\rangle_D - 2\langle\Theta\rangle_D{}^2 + \langle\Theta\rangle_D{}^2 = \left\langle\Theta^2\right\rangle_D - \langle\Theta\rangle_D{}^2 \end{aligned}$$

$$(9)\quad Q_D = \frac{2}{3}\left(\frac{d}{dt}\langle\Theta\rangle_D - \left\langle\frac{d}{dt}\Theta\right\rangle_D\right) - 2\left\langle\sigma^2\right\rangle_D$$

Combinando (8) y (9), obtenemos:

$$(10)\quad Q_D = \frac{2}{3}(\left\langle\Theta^2\right\rangle_D - \langle\Theta\rangle_D{}^2) - 2\left\langle\sigma^2\right\rangle_D$$

En el siguiente cuadro matemático se presenta una síntesis del modelo de Buchert, que difiere del newtoniano únicamente por integrar el término de la *backreaction*.

CUADRO MATEMÁTICO 16.4 ALGUNAS ECUACIONES DE FRIEDMANN EN MODELOS RELATIVISTAS, HOMOGÉNEO E INHOMOGÉNEO

Presento algunas ecuaciones de Friedmann, del modelo relativista homogéneo y el modelo relativista inhomogéneo de Buchert:

RELATIVISTA, HOMOGÉNEO	RELATIVISTA, INHOMOGÉNEO
(11 A) $H^2 = \left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{1}{3}(8\pi G\rho)$	(11B)= $H^2 = \left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{1}{3}(8\pi G\rho)$
(11 C) $\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$	$=\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho_{eff}$ (nota 804)
(12 A) $\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4}{3}\pi G\rho$	(12 B) $\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4}{3}\pi G\langle\rho\rangle + \frac{1}{3}Q_D$
(13 A) $\partial_t\rho + 3\frac{\dot a}{a}\rho = 0$	(13 B) $\partial_t\langle\rho\rangle + 3\frac{\dot a}{a}\langle\rho\rangle = 0$

[803] Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 4; Edward Kolb, Sabino Matarrese & Antonio Riotto, “On cosmic acceleration without dark energy”, en: *New Journal of Physics* (2006): 6; Sabino Matarrese, Rocky Kolb & Toni Riotto, “On Cosmic Acceleration from Backreaction,” on-line (2009): 13.

[804] Véase Sabino Matarrese, Rocky Kolb & Toni Riotto., “On Cosmic Acceleration from Backreaction,” on-line (2009). Por lo tanto, $\rho_{eff} = \langle\rho\rangle - \frac{Q_D}{16\pi G} - \frac{\langle R\rangle}{16\pi G}$ y $P_{eff} = -\frac{Q_D}{16\pi G} + \frac{\langle R\rangle}{16\pi G}$, en donde los términos con $\langle R\rangle$ indican la curvatura promedio y los términos con Q_D, la *backreaction* cinemática.

La solución de la ecuación (13 B) es

(14) $\langle\rho\rangle = \rho_0\bar{a}_0/\bar{a}^3$

como compruebo a continuación. Combinamos (13 B) y (14):

(15) $\partial_t(\rho_0\bar{a}_0\bar{a}^{-3}) + 3\dot{\bar{a}}\bar{a}^{-1}(\rho_0\bar{a}_0\bar{a}^{-3}) = 0 \Rightarrow$

$\rho_0\bar{a}_0(-3\bar{a}^{-4}\dot{\bar{a}}) + 3\rho_0\bar{a}_0\bar{a}^{-4}\dot{\bar{a}} = 0$ Q.E.D.

La ecuación de estado de la *backreaction*, o 'condición de integrabilidad', solamente existe en el modelo relativista y no en el newtoniano. Buchert propone:

(16) $\partial_t Q_D + 6\frac{\dot{a}_D}{a_D}Q_D + \partial_t\langle R\rangle_D + 2\frac{\dot{a}_D}{a_D}\langle R\rangle_D = 0$ (nota 805)

y Kolb, Matarrese y Riotto, y Wiltshire proponen (lo que es lo mismo):

(17) $\partial_t(a_D{}^6 Q_D) + a_D{}^4\partial_t(a_D{}^2\langle R\rangle_D) = 0$ (nota 806)

En el siguiente cuadro matemático se comparan el modelo newtoniano e inhomogéneo por un lado, y el modelo relativista e inhomogéneo, por otro lado, según Buchert.[807]

CUADRO MATEMÁTICO 16.5 PARÁMETROS DE DOS MODELOS INHOMOGÉNEOS: EL NEWTONIANO Y EL RELATIVISTA

Representamos la constante de Hubble por $H = \dot{a}/a$ y la curvatura $\langle R\rangle$ por el escalar promedio de Ricci. Los parámetros de densidad, según Buchert, son:

NEWTONIANO, INHOMOGÉNEO	RELATIVISTA, INHOMOGÉNEO
(18) $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k + \Omega_Q = 1$ (19) $\Omega_M^D = \frac{8\pi G\langle\rho\rangle_D}{3H_D{}^2}$ da (20 B) $\Omega_M^D = \frac{8\pi G\rho_0\bar{a}_0}{3H_D{}^2\bar{a}^3}$	$\Omega_M + \Omega_k + \Omega_Q = 1$ (20) $\Omega_M^D = \frac{8\pi G\langle\rho\rangle}{3H_D{}^2}$ y (14) $\langle\rho\rangle = \rho_0\bar{a}_0/\bar{a}^3$
(21 A) $\Omega_\Lambda^D = \frac{\Lambda c^2}{3H_0{}^2}$ (nota 808)	
(21 B) $\Omega_Q^D = \frac{1}{3a_D^2 H_D^2}\int_{t1}^{t} Q_D \frac{da_D^2}{dt_1}dt_1$	(22) $\Omega_Q^D = -\frac{Q_D}{6H_D{}^2}$
(23) $\Omega_k^D = -\frac{k_D c^2}{H_D^2 a_D^2}$	(24) $\Omega_k^D = -\frac{\langle R\rangle_D}{6H_D{}^2}$

[805] Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 12, ecuación (45)
[806] Véanse Edward Kolb, Sabino Matarrese & Antonio Riotto, "On cosmic acceleration without dark energy" en: *New Journal of Physics,* vol. 8 (2006): 7, ecuación (25) & Sabino Matarrese, Edward Kolb & Antonio Riotto, "On Cosmic Acceleration from Backreaction," on-line, p.16 y David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics*, vol. 9 (2007): 5
[807] Thomas Buchert, "On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies", arXiv:gr-qc/0001056 (2000): 4, 12. Véase también la síntesis de Buchert en David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics*, vol. 9 (2007): 9
[808] Algunos autores ponen $\Omega_\Lambda = \Lambda c^2/3H_0{}^2$ y Thomas Buchert, "On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies", arXiv:gr-qc/0001056 (2000):4, pone $\Omega_\Lambda = \lambda/3H_0{}^2$. Las dos versiones son compatibles si se toma en cuenta que ciertos autores normalizan las ecuaciones, poniendo $c = 1$. Lo mismo se aplica a la ecuación (23).

En el modelo newtoniano e inhomogéneo, los primeros 3 términos de la ecuación $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k + \Omega_Q = 1$, sumarían 0.99 (nota 809)) de modo que el cuarto término es muy pequeño, a saber, $\Omega_Q = 0.01$ (nota 810)): "*Este término, que produjo ... una cosmología newtoniana genuinamente inhomogénea, no demuestra relevancia global y así parece que nos regresan a... los modelos cosmológicos estándar*".[811] En cambio, en un modelo inhomogéneo de gravitación relativista, los efectos de las inhomogeneidades parecían ser suficientemente grandes para que Q_D y Ω_Q^D tal vez pudieran sustituir Λ y Ω_Λ^D.

Roberto Sussman hizo una serie de simulaciones con un 'modelo de polvo' (*dust model*) de Lemaître-Tolman-Bondi, en donde demostró que la *backreaction* de Buchert puede adquirir valores positivos, tanto en regiones con curvatura hiperbólica, como en dominios elípticos (que colapsan gravitacionalmente) —sean aislados, sean envueltos en un exterior hiperbólico—, capaces de producir una aparente aceleración de la expansión sin necesidad de energía oscura.[812] Sin embargo, se trata de una valuación *cualitativa* del modelo, dado que "*como un complemento a este trabajo, es necesario verificar numéricamente la magnitud de la aceleración efectiva cuya existencia hemos corroborado aquí.*"[813]

En 2006, Edward Kolb, Sabino Matarrese y Antonio Riotto elaboraron el modelo de Buchert atribuyendo la aparente aceleración reciente de la expansión del Universo a las *backreactions* de las perturbaciones gravitacionales del Universo.[814] Esta explicación pretendía prescindir de la supuesta energía oscura: "*Otra posibilidad [diferente del modelo ΛCDM] es la concepción del Universo como dominado por la materia y descrita por la relatividad general, y la discrepancia de la tasas de expansión del modelo de Einstein-De Sitter se explica como el resultado de las* backreactions *de las perturbaciones cosmológicas. Esta explicación es la más conservadora de todas, porque no supone una constante cosmológica, ni un fluido con presión negativa, ni una modificación de la relatividad general.* "[815]

Al igual que Sussman, los autores admitieron, sin embargo, que no habían logrado medir *cuantitativamente* la influencia de las *backreactions* generadas por estas perturbaciones del campo gravitacional en la aparente expansión del Universo: "*La evaluación real cuantitativa de su efecto en la tasa de expansión del Universo, requeriría un enfoque efectivamente no-perturbativo, que se encuentra claramente más allá del objetivo de este ensayo.*"[816]

---

809 Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 1-9

810 Sin embargo, aún siendo tan pequeño tiene un impacto fuerte en la evolución de los demás parámetros en el tiempo. Véase Thomas Buchert, Martin Kerscher & Christian Sicka, "Backreaction of inhomogeneities on the expansion: the evolution of cosmological parameters", arXiv:astro-ph/9912347, pág. 17.

811 Thomas Buchert, *On Average Properties of Inhomogéneous Cosmologies*, arXiv:gr-qc/00010556 (2000): 13

812 Roberto Sussman, "Conditions for back reaction and 'effective' acceleration in Lemaître-Tolan-Bondi dust models", arXiv: 0807.1145 (2009)

813 Roberto Sussman, "Conditions for back reaction and 'effective' acceleration in Lemaître-Tolan-Bondi dust models", arXiv: 0807.1145 (2009): 33

814 Edward Kolb, Sabino Matarrese & Antonio Riotto, "On cosmic acceleration without dark energy." En: *New Journal of Physics* vol. 8 (2008): 322

815 Edward Kolb, Sabino Matarrese & Antonio Riotto, "On cosmic acceleration without dark energy", en: *New Journal of Physics* (2007):2

816 Edward Kolb, Sabino Matarrese & Antonio Riotto, "On cosmic acceleration without dark energy", en: *New Journal of Physics* (2007):15

Comentando el ensayo de Kolb, Matarrese y Riotto, David Wiltshire, un astrofísico de Nueva Zelandia, señaló un año más tarde, en 2007, precisamente esto, a saber, que "*si bien los enfoques perturbativos han llevado naturalmente a la realización de la importancia [cualitativa] de la backreaction, si quisiéramos explicar el 74% de [la densidad del Universo por] la energía oscura [propia del modelo ΛCDM] enteramente por el efecto de la* backreaction *sobre el background del Universo, su magnitud debería de ser tan grande que un modelo cuantitativo viable estaría fuera del alcance de la aplicabilidad de la teoría de perturbaciones.*"[817] Con otras palabras, la magnitud probable de la *backreaction* no es suficientemente grande como para explicar la reciente aparente aceleración de la expansión del Universo y, en consecuencia, no permite prescindir de la especulación sobre la energía oscura.

Aseem Paranjape, un astrofísico de la India, aplicó el formalismo matemático de Roustam Zalaletdinov —un astrofísico de Uzbekistan, quien encontró la manera exacta de promediar las ecuaciones tensoriales de Einstein—,[818] al problema de la expansión del Universo.[819] Paranjape, quien discutió sus hallazgos con Buchert y Wiltshire, llegó a la misma conclusión que Wiltshire en su crítica a Kolb, Matarrese y Riotto, a saber, que los efectos de la *backreaction* son reales, pero insuficientes para explicar la aparente aceleración reciente de la expansión del Universo, que la cosmología moderna suele atribuir a la energía oscura. En síntesis, según Paranjape:

"• *Aunque técnicamente posible, en el mundo real, la backreaction no afecta significativamente la historia de la expansión del Universo*.
• *En cosmología, la teoría de las perturbaciones resiste los efectos de la backreaction, aún la teoría no-lineal.*
• *La energía oscura no puede ser un efecto de la backreaction de las inhomogeneidades.*"[820]

Sección 16.2. Diferencias en el correr del tiempo en regiones densas y vacías

En 2005, David Wiltshire presentó una teoría alternativa,[821] llamada el modelo de burbujas fractales (*fractal bubble model* = *FBM*). El nombre es poco adecuado, porque a escala más pequeña no se da esta jerarquización fractal de la masa del Universo, como ya había señalado Peebles en 1993.[822] Podemos abandonar el supuesto de la jerarquización fractal de la masa del Universo, sin que esto afecte, en absoluto, el modelo de Wiltshire, que yo prefiero llamar el 'de los relojes'. Wiltshire señaló

---

[817] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 5-6. Véase también el mismo artículo, pág. 22:
[818] Desde 1992, Roustam Zalaletdinov ha venido publicando varios artículos anuales sobre el modo exacto de promediar las ecuaciones tensoriales de Einstein, así como se puede apreciar en la bibliografía de su página *web*. Menciono solamente dos: "Averaging out the Einstein's Equations", en: *General Relativity and Gravitation,* vol. 24 (1992): 1015-1031; y "Averaging problem in general relativity, macroscopic gravity and using Einstein's equations in cosmology", en: *Bulletin of the Astronomical Society of India* (1997): 401-416
[819] Aseem Paranjape, "A Covariant Road to Spatial Averaging in Cosmology: Scalar Corrections to the Cosmological Equations", arXiv:0705.2380 (2007) y su tesis, *The Averaging Problem in Cosmology* (2009)
[820] Aseem Paranjape, *The Averaging Problem in Cosmology* (2009): 6
[821] David Wiltshire, "Viable inhomogéneous model universe without dark energy from primordial inflation", arXiv:gr-cq/0503099 (2005)
[822] Véase James Peebles, "Fractal Universe and Large-Scale Departures from Homogeneity" en: *Principles of Physical Cosmology* (1993): 209-224

que a partir del momento de la inflación y la posterior recombinación, *los relojes imaginarios colocados en diferentes regiones del Universo empezaron a diferir cada vez más*, porque en regiones con alta densidad de materia, la gravedad los hacía avanzar más lentamente, y en las grandes burbujas vacías, encerradas entre los filamentos de los cúmulos, más rápidamente. Wiltshire hizo valer la relatividad general de Einstein, quien había dicho: ”*Examinemos el ritmo de un reloj estandarizado, que ha sido colocado de tal manera que se encuentra en reposo en un campo gravitacional estático. (..) El reloj se lentifica si se coloca en la vecindad de masas considerables.*”[823] Parecía que el diferente ritmo de los relojes en regiones infra- e hiperdensas del Universo, pudiera explicar la aparente aceleración de la expansión en nuestra región vecina (que es infradensa), comparada con la desaceleración global.

Pero existía un problema con esta alternativa ofrecida por Wiltshire en 2005 como él mismo señalaba. Si comparamos, a partir de la probabilidad Bayesiana, la capacidad del modelo de concordancia ΛCDM, que incluye la energía oscura, con la capacidad de su propio modelo relativista FBM, sin energía oscura, para explicar los mismos datos empíricos de las supernovas tipo Ia, el modelo ΛCDM era más viable que el modelo FBM para el rango de $0.2 \le \Omega_M \le 0.5$, que es el rango empírico.[824]

Sección 16.3. El nuevo paradigma relativista de Buchert-Wiltshire

El problema que acabo de señalar no se resolvió, sino hasta 2007, cuando Wiltshire ofreció una integración de ambos enfoques, a saber, la *backreaction* de Buchert y su propio modelo FBM, basado en las tasas diferenciales de los relojes, y este nuevo modelo integrado sí logra explicar la aparente aceleración de la expansión del Universo y otros fenómenos que han motivado a no pocos cosmólogos acudir a la energía oscura para explicarlos. Wiltshire distingue tres tiempos o relojes imaginarios, a saber, los relojes lentos en regiones gravitacionalmente densas que miden el tiempo τ_w (w de *walls*), los relojes rápidos en las regiones vacías con tiempo τ_v (v de *voids*) y un reloj que mide el tiempo promedio entre estos dos tipos de relojes con tiempo t (nota 825). Esto nos da tres ratios de tasas diferenciales del correr del tiempo, a saber, $dt/d\tau_w$, $dt/d\tau_v$ y $d\tau_v/d\tau_w$. Solamente al principio de la historia del Universo, en el momento de la recombinación, el Universo era una nube casi perfectamente homogénea de hidrógeno y helio y, en consecuencia, $dt/d\tau_w = dt/d\tau_v = d\tau_v/d\tau_w = 1$. Para los parámetros que se definen en función del tiempo global-promedio t, se acude al formalismo de Buchert para promediar los valores de los parámetros definidos en función del tiempo en los *walls* τ_w y los *voids* τ_v. En el siguiente cuadro matemático sintetizo el nuevo paradigma de Buchert-Wiltshire.

---

[823] Albert Einstein, “The Foundation of the General Theory of Relativity”, en: *Annalen der Physik* vol. 49 (1916), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein,* vol. 6 (1989): 197-198 (mi subrayado)

[824] Benedict Carter, Ben Leith, Cindy Ng, Alex Nielsen & David Wiltshire *et al*., “Type IA supernovae tests of fractal bubble universe with no cosmic acceleration”, arXiv:astro-ph/0504192.

[825] David Wiltshire, “Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages”, en *New Journal of Physics* (2007)

CUADRO MATEMÁTICO 16.6 LA *BACKREACTION* EN EL NUEVO PARADIGMA DE WILTSHIRE

Con Wiltshire, definimos la constante de Hubble en función del tiempo global t; para regiones del Universo gravitacionalmente colapsadas $H_w(t)$; para los grandes vacíos $H_v(t)$ y para el Universo entero $\overline{H}(t)$ la cual como constante subyacente (*bare*), representa una especie de promedio ponderado de las dos anteriores. Obviamente, las tres constantes tienen *valores diferentes entre sí* ($H_w < \overline{H} < H_v$). Hay dos maneras de obtener la constante subyacente, tomando en cuenta que $H_w / a_w = H_v / a_v$. La primera ecuación es:

$$(25)\ \overline{H}(t) = \frac{\dot{a}_w}{a_w} = \frac{1}{a_w}\frac{da_w}{d\tau_w} = \frac{1}{a_w}\frac{dt}{d\tau_w}\frac{da_w}{dt} = \frac{dt}{d\tau_w}H_w = \overline{\gamma}_w H_w =$$

$$= \frac{\dot{a}_v}{a_v} = \frac{1}{a_v}\frac{da_v}{d\tau_v} = \frac{1}{a_v}\frac{dt}{d\tau_v}\frac{da_v}{dt} = \frac{dt}{d\tau_v}H_v = \overline{\gamma}_v H_v \quad \text{en donde:}$$

$$(26\ \text{A})\ H_w \equiv \frac{1}{a_w}\frac{da_w}{dt} \quad \text{y} \quad (26\ \text{B})\ H_v \equiv \frac{1}{a_v}\frac{da_v}{dt}$$

De la (25), obtenemos:

$$(27)\ h_r(t) = H_w / H_v = \overline{\gamma}_v / \overline{\gamma}_w = d\tau_w / d\tau_v = 1/(d\tau_v / d\tau_w)$$

en donde el factor $d\tau_v / d\tau_w$ es la *lapse function* o tasa relativa de relojes en *walls* y *voids*. La segunda manera para obtener la constante subyacente es el promedio ponderado de H_w y H_v:

$$(28)\ \overline{H}(t) = \frac{1}{3}\langle\Theta\rangle_H = f_w H_w + f_v H_v$$

en donde los factores f_w y f_v indican el volumen de *walls* y de *voids* como proporción del volumen total del Universo, de tal manera que:

$$(29)\ f_w(t) + f_v(t) = 1\,.$$

Dado que con el tiempo el volumen de los cúmulos de galaxias casi no crece, más el de los *vacíos* sigue creciendo por la expansión del Universo, estos dos factores $f_w(t)$ y $f_v(t)$, no son constantes en el tiempo. Por el formalismo de Ellis-Buchert, los términos $\langle\Theta\rangle_H^{\ 2}$ y $\langle\Theta^2\rangle_H$ tienen magnitudes diferentes:

$$(30)\ \langle\Theta\rangle_H^{\ 2} = 9 f_w^{\ 2} H_w^{\ 2} + 9 f_v^{\ 2} H_v^{\ 2} + 18 f_w f_v H_w H_v$$

$$(31)\ \langle\Theta^2\rangle_H = 9 f_w H_w^{\ 2} + 9 f_v H_v^{\ 2}$$

Recordemos ahora la ecuación del término de la *backreaction* de Buchert, Kolb, Matarrese y Riotto y supongamos por lo pronto un valor cero del *shear* σ. La *backreaction* se define por la diferencia entre $d_t\langle\Theta\rangle_D$ *y* $\langle d_t\Theta\rangle_D$, es decir, entre $\langle\Theta\rangle_H^{\ 2}$ y $\langle\Theta^2\rangle_H$,

$$(32)\ Q_D = \frac{2}{3}(d_t\langle\Theta\rangle_D - \langle d_t\Theta\rangle_D) - 2\langle\sigma^2\rangle_D = \frac{2}{3}\langle\Theta^2\rangle_D - \frac{2}{3}\langle\Theta\rangle_D^{\ 2} - 0$$

y por (30), (31) y (32), obtenemos:

(33) $Q = 6f_w H_w^{\ 2} + 6f_v H_v^{\ 2} - 6f_w^{\ 2} H_w^{\ 2} - 6f_v^{\ 2} H_v^{\ 2} - 12 f_w f_v H_w H_v$

Dado que, por (29),

(34) $f_w = 1 - f_v$, se sigue que:

(35) $Q = 6H_w^{\ 2} - 6f_v H_w^{\ 2} + 6f_v H_v^{\ 2} - 6H_w^{\ 2} + 12 f_v H_w^{\ 2} - 6f_v^{\ 2} H_w^{\ 2} - 6f_v^{\ 2} H_v^{\ 2}$
$-12 f_v H_w H_v + 12 f_v^{\ 2} H_w H_v \quad \Rightarrow$

(36) $Q = 6f_v H_w^{\ 2} + 6f_v H_v^{\ 2} - 6f_v^{\ 2} H_w^{\ 2} - 6f_v^{\ 2} H_v^{\ 2} - 12 f_v H_w H_v + 12 f_v^{\ 2} H_w H_v \Rightarrow$

(37) $Q = 6f_v(1 - f_v)(H_v - H_w)^2$ (nota 826)

Podemos reescribir la ecuación (25), lo que nos conviene por el uso que después haremos de ella al deducir la ecuación de la desaceleración global del Universo. Recordemos:

(38) $\bar{H}(t) = \dfrac{1}{a_w} \dfrac{dt}{d\tau_w} \dfrac{da_w}{dt} \Rightarrow \dfrac{dt}{d\tau_w} = \bar{H}(t) / \dfrac{da_w}{a_w\, dt} = \dfrac{\bar{H}(t)\, a_w dt}{da_w}$;

por (28) y (38), obtenemos:

(39) $\dfrac{dt}{d\tau_w} = \dfrac{(f_w H_w + f_v H_v)\, a_w dt}{da_w} = \dfrac{f_w H_w a_w dt}{da_w} + \dfrac{f_v H_v a_w dt}{da_w}$

por (24) y (39) obtenemos:

(40) $\dfrac{dt}{d\tau_w} = f_w + f_v \dfrac{H_v}{H_w}$

por (26 B) y (40) obtenemos:

(41) $\dfrac{dt}{d\tau_w} = 1 - f_v + f_v \dfrac{H_v}{H_w} = 1 + f_v\left(\dfrac{H_v}{H_w} - 1\right) = \left(\dfrac{H_w / H_v + f_v(1 - H_w / H_v)}{H_w / H_v}\right)$

y por (25) y (39) obtenemos:

(42) $H_w = \dfrac{\bar{H}(t)(H_w / H_v)}{H_w / H_v + f_v(1 - H_w / H_v}$;

y dado que:

(43) $H_v = H_w / (H_w / H_v)$,

---

[826] Es el mismo resultado obtenido por David Wiltshire, “Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages”, en *New Journal of Physics* (2007): 21, ecuación (31), 1ª parte de la ecuación

se sigue por la (42) y la (43) que:

$$(44)\ H_v = \frac{\overline{H}(t)}{H_w/H_v + f_v(1 - H_w/H_v)}$$

Combinando (37), (42) y (44), obtenemos el término de la *backreaction* como función del parámetro de Hubble:[827]

$$(45)\ Q = 6 f_v(1 - f_v)\left(\frac{\overline{H}^2(1 - H_w/H_v)^2}{[H_w/H_v + f_v(1 - H_w/H_v)]^2}\right)$$

El nuevo paradigma de Buchert-Wiltshire tiene implicaciones importantes para la interpretación de fenómenos empíricos que han desafiado la cosmología de las últimas décadas. A continuación veremos cómo el modelo de Buchert-Wiltshire permite prescindir de la energía oscura en su explicaron de la aparente aceleración de la expansión del Universo; de la evolución de estructuras grandes del Universo; y de las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo.

La aparente aceleración de la expansión del Universo. Una de las implicaciones más paradójicas del nuevo paradigma es *la variación de la constante de Hubble* en regiones infradensas, hiperdensas y global-promedio. Todavía a principios de 2007, Buchert señalaba que era difícil cuantificar los efectos del término de la *backreaction*.[828] Sin embargo, este mismo año, Nan Li y Dominic Schwarz ofrecieron algunas estimaciones aproximadas.[829] Luego, en 2008, Wiltshire publicó sus propios resultados exactos del modelo Buchert-Wiltshire.[830] Veamos primero cuatro resultados importantes de los cálculos de Li y Schwarz, que toman en cuenta las observaciones hechas por el *Hubble Space Telescope* en el así llamado *Key Project*:

1) Los efectos de la *backreaction* en la variación de la constante de Hubble son *scale-dependent*, es decir, su variación depende de la distancia o el radio ($Q_D \propto 1/r^2$).
2) A una escala menor de 200 Mpc la influencia de estas inhomogeneidades es mucho mayor en un modelo relativista que en un modelo newtoniano
3) Los valores de la variación de la constante de Hubble del modelo relativista coincide con los del *Key Project Hubble Space Telescope*: "*Vemos que la banda teórica coincide bien con los datos experimentales, sin usar ningún parámetro para ajustar los datos.*"[831]
4) La constante de Hubble es relativamente mayor en la región vecina a escala de aproximadamente 100 Mpc, que se caracteriza por ser casi vacía.

---

[827] Es el mismo resultado obtenido por David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 21, ecuación (31), 2ª parte de la ecuación

[828] Thomas Buchert, "*Backreaction Issues in Relativistic Cosmology and the Dark Energy Debate*", arXiv:gr-qc/06112166 (enero 2007).15

[829] Nan Li & Dominic Schwarz, "Scale dependence of cosmological backreaction", arXiv:astro-ph/0710.5073

[830] David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and the weak field limit", en. *Physical Review D*, vol. 78 (2008) y "Exact Solution to the Averaging Problem in Cosmology", en: *Physical Review Letters*, vol.99 (2007)

[831] Nan Li & Dominic Schwarz, "Scale dependence of cosmological backreaction", arXiv:astro-ph/0710.5073, p. 5

Hay datos empíricos que corroboran esta hipótesis. Hunt y Sarkar observaron que estamos ubicados en un vacío infradenso de 200 a 300 Mpc que expande en un 20 a 30% más rápidamente de lo que se esperaría según la constante de Hubble global-promedio. La aceleración de la expansión observada por Hunt y Sarkar en este vacío infradensa resulta extremadamente improbable en el contexto del modelo estándar (ΛCDM)[832] y, en general, estos inmensos "*vacíos reales están en conflicto diametral con el modelo de concordancia* ΛCDM*.*"[833] Sin embargo, estos mismos datos son consistentes con un modelo que explica esta variación positiva de la expansión a partir de la *backreaction* de las inhomogeneidades del Universo en una dinámica relativista.[834] Con otras palabras, se trata de "*una alternativa para la energía oscura: la backreaction de las sub-Hubble inhomogeneidades.*"[835]

A este enfoque de la *backreaction*, calculado por Hunt y Sarkar, Wiltshire añade el enfoque de las tasas diferenciales de desaceleración en *voids* y *walls*. *La desaceleración de la expansión del Universo es menor en los vacíos que en las regiones densas.* Los vacíos estiran el corrimiento al rojo de la luz de supernovas que los atraviesa, y nuestro cúmulo de galaxias se encuentra en el centro de un gran vacío, de modo que lo que observamos es una aparente aceleración de la expansión del Universo. Si bien la desaceleración de la expansión medida en filamentos de cúmulos de galaxias (*walls*) con su tiempo propio τ_w difiere poco de la desaceleración medida en vacíos (*voids*) con tiempo propio τ_v , a saber, unos 5.5 *cm* por s^2 ($5.5 * 10^{-10}\, m\, s^{-2}$), *el efecto acumulado a lo largo de la historia del Universo, a partir del Big Bang, no es nada despreciable, a saber, sin tomar en cuenta la backreaction es* $1.42 < d\tau_v / d\tau_w < 1.46$ *y tomándola en cuenta es* $d\tau_v / d\tau_w = 1.38^{+0.06}_{-0.03}$, *una diferencia de 38%.*[836] Esta desaceleración desigual en *voids* y *walls*, implica que el parámetro de Hubble no es igual en diferentes regiones del Universo. Wiltshire dedujo la ecuación matemática de la variación de la constante de Hubble y concibe esta ecuación como una de las más importantes de su modelo,[837] razón por la cual la reproduzco en el siguiente cuadro matemático.

CUADRO MATEMÁTICO 16.7 Las constantes de Hubble en el modelo de Wiltshire

Ya vimos arriba en el cuadro 16.6 que la ecuación de la constante de Hubble subyacente, global-promedio es:

(25) $$\bar{H}(t) = \frac{dt}{d\tau_w} H_w = \frac{dt}{d\tau_v} H_v$$

en donde:

(26 A y 26 B) $$H_w \equiv \frac{1}{a_w}\frac{da_w}{dt} \quad \text{y} \quad H_v \equiv \frac{1}{a_v}\frac{da_v}{dt}$$

---

832 Paul Hunt & Subir Sarkar, "Constraints on large scale inhomogeneities from WMAP-5 and SDSS: confrontation with recent observations", arXiv:0807.4508, Figure 5, pág. 13

833 Paul Hunt & Subir Sarkar, "Constraints on large scale inhomogeneities from WMAP-5 and SDSS: confrontation with recent observations", arXiv:0807.4508, pág. 1

834 Nan Li & Dominic Schwarz, "Scale dependence of cosmological backreaction", arXiv:astro-ph/0710.5073, p. 5

835 Sabino Matarrese, Edward Kolb & Antonio Riotto, "On Cosmic Acceleration from Backreaction", on-line

836 David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and the weak field limit", en. *Physical Review D*, vol. 78 (2008) y arXiv:0809.1183 (2008): 9

837 Comunicación privada de David Wiltshire al autor del 1º de abril de 2009

Wiltshire define el promedio y la variación de la constante de Hubble en función del tiempo τ_w de observadores que habitan regiones densas en materia del Universo (el "w" viene de *walls*).[838] Su ecuación define a la vez el promedio de la constante de Hubble, representado por el primer término de la ecuación (51), así como el cambio en la tasa relativa $(dt/d\tau_w)$, representado por el segundo término:

$$(46)\ \ H(\tau_w) = \frac{1}{a}\frac{da}{d\tau_w} = \frac{1}{\bar{a}}\frac{d\bar{a}}{d\tau_w} - \frac{d\tau_w}{dt}\frac{d\left(\frac{dt}{d\tau_w}\right)}{d\tau_w},$$

dado que por definición:

$$(47)\ \ \frac{1}{\bar{a}}\frac{d\bar{a}}{d\tau_w} = \frac{dt}{d\tau_w}\frac{1}{\bar{a}}\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{dt}{d\tau_w}\bar{H}(t)$$

Combinando (46) y (47), se obtiene:[839]

$$(48)\ \ H(\tau_w) = \frac{dt}{d\tau_w}\bar{H}(t) - \frac{d\left(\frac{dt}{d\tau_w}\right)}{dt}$$

La ecuación (48) del Cuadro Matemático 16.7 nos da la constante de Hubble *y su variación*, haciendo observaciones con dos relojes, a saber con el tiempo global-promedio t y nuestro tiempo propio τ_w. El primer término del lado derecho nos da el efecto de la tasa diferencial de los relojes a escala global y en *walls* en el valor global-promedio de la constante de Hubble, y el segundo término del lado derecho nos da la variación de esta ratio con el tiempo.

Es diferente el valor de la constante de Hubble, si la medimos con el mismo reloj global-promedio en *walls*, *voids* o en el Universo global-promedio, a saber, $H_w(t) = 34.9$, $H_v(t) = 52.4$ y $H(t) = 48.2$, respectivamente. Y también es difertente el valor de la constante de Hubble, si la medimos en la misma región, por ejemplo el Universo global-promedio, pero con diferentes relojes, por ejemplo con el reloj de los *walls,* $H_0(\tau_w) = 61.7\, km\, s^{-1}\, Mpc^{-1}$ y con el reloj global-promedio, $H_0(t) = 48.2\, km\, s^{-1}\, Mpc^{-1}$, respectivamente, una diferencia de 28% ([nota 840]) Wiltshire redefine también el corrimiento al rojo de los observadores de regiones densas en función del corrimiento al rojo del Universo global promedio, como podemos apreciar en el siguiente cuadro matemático.

---

[838] Wiltshire me aclaró que suprimió este sufijo w a partir de la ecuación (38) de su ensayo, en la misma comunicación, subrayando la importancia de la ecuación (48): "*This equation relates the thing we interpret as the average Hubbler parameter* H *to an underlying bare Hubble parameter* $\bar{H}$. *Both of these are "measurable." The point is that there is not only an average Hubble parameter, but a variance in the Hubble parameter, if referrred to one set of clocks, such as ours. Equation (42) quantifies both the average and their variance.*"

[839] David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732 (2007): 2 (ecuación 8) y "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 25 (ecuación 42)

[840] David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and the weak-field limit", en: *Physical Review D*, vol. 78 (2008): 12. Véase también el Cuadro Matemático 16.9

CUADRO MATEMÁTICO 16.8 El corrimiento al rojo en el modelo de Wiltshire

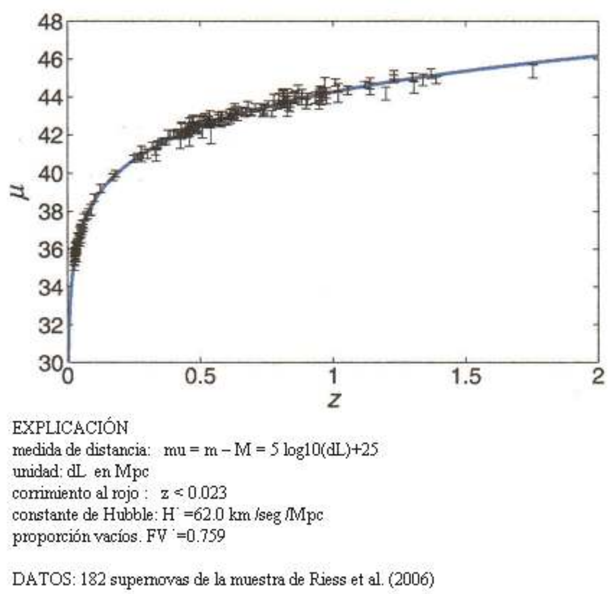
El corrimiento al rojo determinado por observadores en regiones densas z, se define en función del corrimiento al rojo $\bar{z}$ determinado por los observadores cuyo reloj mide el tiempo global-promedio:

$$(49)\ 1+z=\frac{a_0}{a}=\frac{\frac{dt}{d\tau_w}\bar{a}_0}{\frac{dt_0}{d\tau_{w_0}}\bar{a}}=\frac{dt/d\tau_w}{dt_0/d\tau_{w_0}}(1+\bar{z}) \quad \text{y} \quad (50)\ 1+\bar{z}=\frac{dt_0/d\tau_{w_0}}{dt/d\tau_w}(1+z)$$

El corrimiento al rojo en los vacíos hasta ahora ha sido inobservable, a raíz de la difusión del polvo en los vacíos, pero se supone mayor que el corrimiento al rojo determinado por observadores en regiones densas.

Tomando los datos de las 182 supernovas Ia de Riess, el modelo de Wiltshire es un *perfect fit* de la relación entre distancia y corrimiento al rojo, como se puede apreciar en esta gráfica

Gráfica. La relación entre distancia y corrimiento al rojo, según el modelo de Buchert-Wiltshire

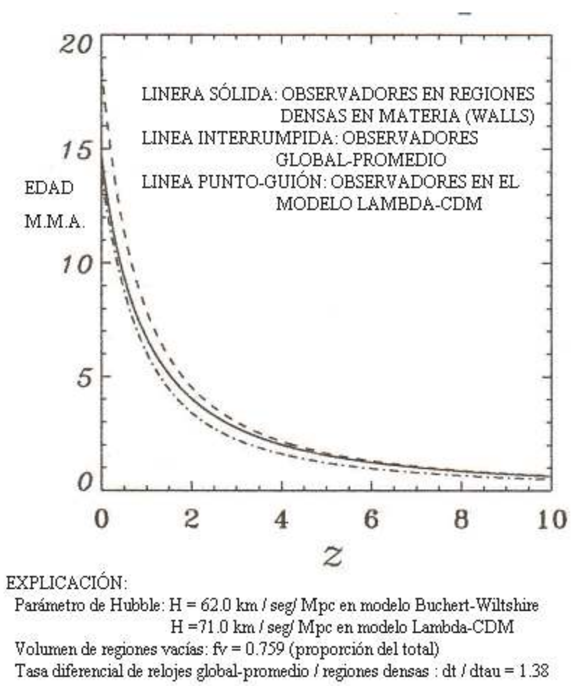


El modelo Buchert-Wiltshire arroja una nueva edad del Universo, que resulta ser unos mil millones de años más antiguo que en el modelo ΛCDM (véase en la siguiente gráfica).

Lo dicho hasta aquí prepara el terreno para resolver la cuestión de la *aparente* aceleración de la expansión del Universo que no pocos cosmólogos, hasta el día de hoy, suelen atribuir a la supuesta energía oscura, y que Buchert, Kolb, Matarrese y Riotto atribuyeron a la *backreaction* nada más. Sin embargo, Wiltshire señala que la *backreaction* por sí sola es demasiado pequeña para explicar esta

aparente expansión del Universo.[841] Él integra el enfoque relativista de los diferentes relojes con el enfoque de la *backreaction*.[842]

Gráfica. La relación entre la edad del Universo y corrimiento al rojo, según el modelo ΛCDM y el nuevo paradigma de Buchert-Wiltshire



Lo interesante de la ecuación (45) del cuadro matemático anterior es que hay dos momentos en la historia del Universo en los cuales el término de la *backreaction* es cero, y la desaceleración equivale $\bar{q} = 0.0635$. En el momento de la recombinación, las inhomogeneidades eran casi cero ($h_r = 1$), porque el Universo era básicamente una nube homogénea de átomos de hidrógeno y helio con fotones, de modo que las constantes de Hubble de 'regiones' vacías y densas en materia eran equivalentes, generando un factor de aceleración cero.[843] Y vice-versa, al final de la historia del Universo el volumen de los vacíos será tanto más grande que el volumen con cúmulos de galaxias, que $f_v = 1$, y una vez más, no se observará una aparente aceleración de la expansión.[844] En el momento actual la desaceleración es $\bar{q} = +0.015348$ y la aceleración aparente, observada desde regiones densas, como nuestra galaxia, es $q(\tau_w) = -0.042785$.

¿Por qué hablo de *aparente* aceleración? ¿No es real? Sí y no. El principio básico relativista del cual hemos de partir para entender la *aparente* aceleración es el siguiente formulado por Wiltshire: "*Se obtendrán resultados que son sistemáticamente diferentes cuando se refieren a diferentes*

[841] David Wiltshire, *"Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages*", en *New Journal of Physics* (2007): 22
[842] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 22, ecuación (32)
[843] $H_w / H_v = 1 \Rightarrow \Omega_Q = 0$
[844] $f_v \cong 1$ y $1 - f_v \approx 0 \Rightarrow \Omega_Q = 0$. Véase David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 28

relojes."[845] Si observamos una supernova ubicada en una región casi vacía del Universo, como la que nos rodea, el reloj en la región más densa corre más lentamente que el reloj en la región casi vacía. Por lo tanto, la misma desaceleración de la región casi vacía medida con un reloj propio de esta región vacía, por un lado, ó medida con el reloj de la región densa en materia, por otro lado, no se mide igual. La supernova, según el reloj montado sobre ella, tiene una mayor desaceleración, que según el otro reloj, por la sencilla razón que este reloj corre más lentamente que el reloj en el vacío. Dado que un observador, midiendo con su propio reloj más lento la desaceleración, obtiene la impresión engañosa que la región con la supernova acelera con respecto a él, "*es enteramente posible obtener esquemas en que los observadores de los muros (walls) miden una aparente aceleración, $q < 0$, aunque los observadores del vacío (void) no la ven.*"[846]. Asimismo, a este observador se le parece que la desaceleración global-promedio, fuertemente influenciado por la menor desaceleración de los vacíos, es una aceleración. Actualmente, el parámetro de la desaceleración global, observado por un habitante de regiones densas en materia, es $q = -0.0428$ (una aparente aceleración), cuando este mismo parámetro, en el tiempo propio de un observador global-promedio es $q = 0.0153$ (una desaceleración).[847] Por eso se llama teoría de la *relatividad*: todo es *relativo*.

Hágase cuenta que la historia del Universo tiene tres grandes etapas: 1) una época breve dominada por la energía; 2) una época que está llegando a su fin, dominada por la materia; 3) y una tercera época dominada por los vacíos. Actualmente, vivimos en una época de transición de un Universo dominado por la materia hacia un Universo dominado por el gran volumen de vacíos y precisamente en una época así, es cuando se observa una aparente aceleración:

> *"La backreaction y la tasa de incremento de* $dt/d\tau_w$ *es mayor en la época en la cual el Universo parece pasar por una transición hacia el dominio de vacíos (voids) o, lo que es lo mismo, una época en que la curvatura espacial* Ω_k *llega a ser significante. La razón de la aparente expansión del Universo en una época así [es que] en la época de transición el volumen de las regiones que sufren una desaceleración menos rápida incrementa dramáticamente, ocasionando la aparente aceleración en el [parámetro] global-promedio. Hemos de tener el cuidado de entender que estos enunciados solamente son verdaderos, si se refieren a un determinado conjunto de relojes, como el nuestro [con tiempo* τ_w*] (…) [L]a aceleración cósmica es un efecto* <u>*aparente*</u> *que depende crucialmente de la posición del observador y los relojes locales. Ambos observadores registran un parámetro de desaceleración cercano a cero, lo que es un rasgo general de un Universo que se encuentra en una transición hacia la época del domino de los vacíos. Según un observador en una galaxia, la aparente aceleración empieza en una época donde el corrimiento al rojo alcanza $z = 0.909$ en términos de los parámetros actuales, cuando el Universo tenía una edad de 7.07 mil millones de años.*"[848]

[845] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 27
[846] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 29
[847] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 34
[848] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", *New Journal of Physics* (2007): 30,35

En el siguiente cuadro matemático hago un resumen de los valores numéricos indicativos de los principales parámetros cosmológicos en el nuevo modelo relativista de Buchert-Wiltshire.

CUADRO MATEMÁTICO 16.9 Valores de algunos parámetros cosmológicos en el modelo relativista de Wiltshire

A continuación reproduzco estimaciones de los valores empíricos de diferentes parámetros cosmológicos en el modelo relativista de Buchert-Wiltshire. El autor ($\equiv$Wiltshire) tiene la siguiente función de diferencia entre los relojes en *voids* y w*alls* (la *lapse* función):[849]

(51) $\bar{\gamma}_w = 1 + \frac{(1-h_r)}{h_r} f_v = \frac{dt}{d\tau_w} = 1.381^{+0.06}_{-0.05}$, (nota 850) y

Recordemos:

(29) $f_w(t) + f_v(t) = 1$

y dado que la proporción de *voids* en el Universo es:[851]

(52) $f_v = 0.759^{+0.12}_{-0.09}$

se sigue que:

(53) $f_w \approx 0.241$

y por (51) y (52), obtenemos:

(54) $h_r(t) = 0.666$

Recordemos:

(27) $h_r(t) = H_w / H_v = \bar{\gamma}_v / \bar{\gamma}_w = d\tau_w / d\tau_v = 1/(d\tau_v / d\tau_w)$

De (27) y (51), obtenemos:

(55) $\bar{\gamma}_v \cong \frac{dt}{d\tau_v} = 0.92$

Wiltshire estima también el siguiente valor de la constante de Hubble promedio en todo el volumen del Universo, llamado '*bare*', porque tiene una barra sobre el *H*:[852]

(56) $\bar{H}(t) = 48.2^{+2.0}_{-2.4}\ km\ s^{-1}\ Mpc$

[849] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 21 (ecuación 28) and David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732 , (2007): 2 (ecuación 7)

[850] Véase David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and weak-field limit", en: *Physical review D*, vol. 78 (2008): 9 and Ben Leith, Cindy Ng & David Wiltshire, "Gravitational energy as dark energy: Concordance of cosmological tests", en: *Astrophysical Journal* vol. 672 (2007): 4

[851] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 36-37 (figs. 4, 5) and Ben Leith, Cindy Ng & David Wiltshire, "Gravitational energy as dark energy: Concordance of cosmological tests", en: *Astrophysical Journal* vol. 672 (2007): 4

[852] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 21; *idem*, "Cosmological equivalence principle and weak-field limit", en: *Physical review D*, vol. 78 (2008): 12 and Ben Leith, Cindy Ng & David 0, "Gravitational energy as dark energy: Concordance of cosmological tests", en: *Astrophysical Journal* vol. 672 (2007): 4

Recordemos:

(25) y (28) $\overline{H}(t) = \overline{\gamma}_w H_w = \overline{\gamma}_v H_v = f_w H_w + f_v H_v$

De (25), (28) y (56), obtenemos.

(57) $H_w(t) = \frac{1}{a_w}\frac{da_w}{dt} = 34.9$ y

(58) $H_v(t) = \frac{1}{a_v}\frac{da_v}{dt} = 52.4$

El autor estima el siguiente valor de la constante universal de Hubble medida con los relojes más lentos de los 'muros', llamado '*dressed*'. El hecho de que el reloj de los muros corre más lento, implica que la velocidad de expansión promedio se percibe como más rápida de lo que realmente es, porque *parece* que la misma distancia se recorre en menos tiempo. [853] Recordemos la ecuación (48) del Cuadro Matemático 16.7:

(48) $H_0(\tau_w) = \frac{dt}{d\tau_w}\overline{H}(t) - \frac{d\left(\frac{dt}{d\tau_w}\right)}{dt} = 61.7^{+1.2}_{-1.1}\ km\,s^{-1}\ Mpc^{-1}$

Recordemos que Wiltshire propone:[854]

(37) y (45) $Q = 6 f_v(1-f_v)\frac{\overline{H}^2(1-h_r)^2}{[h_r + f_v(1-h_r)]^2} = 6 f_v(1-f_v)(H_v - H_w)^2$ (nota 855)

De (52), (54) y (56). ó también de (52), (57 y (58), obtenemos:

(59) $Q \approx 336$

Wiltshire propone:[856]

(60) $\overline{\Omega}_Q = -\frac{Q}{6\overline{H}^2} = -f_v(1-f_v)\left(\frac{(1-h_r)^2}{[h_r + f_v(1-h_r)]^2}\right)$

Por (52), (54) y (60), obtenemos:

(61) $\overline{\Omega}_Q \cong -0.0241$

[853] Ben Leith, Cindy Ng & David Wiltshire, "Gravitational Energy as Dark Energy: Concordance of Cosmological Tests", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 672 (2008): Table I, p L94 y David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and weak-field limit", en: *Physical review D*, vol. 78 (2008): 12

[854] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 21 (ecuación 31)

[855] Es el mismo resultado obtenido por David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 21, ecuación (31)

[856] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 9 (ecuación 10)

Podemos verificar este resultado independientemente por: [857]

$$(62)\quad Q = \frac{2\dot{f}_v^{\,2}}{3f_v(1-f_v)} \Rightarrow$$

Por (52), (59) y (62), obtenemos.

$$(63)\quad \dot{f}_v^{\,2} = \frac{Q * 3f_v(1-f_v)}{2} = 92.1275$$

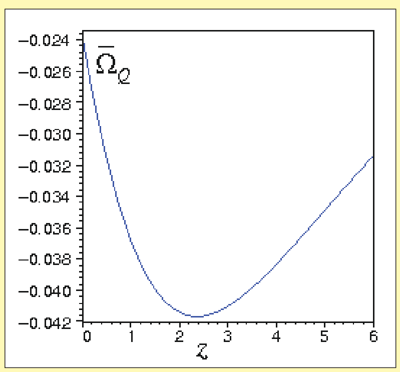
Dado que el autor define $\overline{\Omega}_Q$ también como: [858]

$$(64)\quad \overline{\Omega}_Q = \frac{-\dot{f}_v^{\,2}}{9f_v(1-f_v)\overline{H}^2}\ ,$$

se sigue, por (52), (56), (63) y (64), que:

$$(65)\quad \overline{\Omega}_Q \cong -0.0241$$

El resultado de la ecuación (65) es idéntico al de la (61), Q.E.D. Wiltshire subraya que se trata del valor presente de $\overline{\Omega}_Q$. La evolución en el tiempo de esta desaceleración se puede apreciar en la siguiente gráfica.[859]



Gráfica. El valor de $\overline{\Omega}_Q$ como función del corrimiento al rojo Z

Análogamente a las tres constantes de Hubble en la ecuación de Q, existen tres constantes de curvatura, a saber, para las regiones vacías (k_v), para regiones con materia (k_w) y la curvatura global-promedio k. Como no conocemos los valores de k_v, k_w, ni de a_v y a_w, no podemos resolver las siguientes ecuaciones de Ω_k y $\langle R \rangle$:

$$(66)\quad \langle R \rangle_H = \frac{6k_v f_v}{a_v^{\,2}} + \frac{6k_w f_w}{a_w^{\,2}}$$

$$(67)\quad \Omega_k = -\frac{k_v f_v}{\overline{H}^2 a_v^{\,2}} - \frac{k_w f_w}{\overline{H}^2 a_w^{\,2}} = -\frac{\langle R \rangle}{6H_D^{\,2}},$$

[857] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 22 (ecuación 33)
[858] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 25 (ecuación 45)
[859] Cortesía de David Wiltshire en una comunicación privada al autor del 5 de mayo de 2009

pero, podemos resolver la ecuación (20):

(20) $\Omega_M = \frac{8\pi G\langle\rho\rangle}{3H^2} \Rightarrow$

(68) $\Omega_M = 0.333765$

Dado que:[860]

(69) (10.17) $\Omega_M = \bar{\gamma}_w{}^3 \bar{\Omega}_M$,

se sigue, por la (51) y la (69), que la densidad de materia promedio del Universo es:[861]

(70) $\bar{\Omega}_M = 0.125$

Ahora bien, dado que: [862]

(71) $\bar{\Omega}_M + \bar{\Omega}_Q + \bar{\Omega}_k = \frac{8\pi G\langle\rho\rangle}{3\bar{H}^2} + \frac{-Q}{6\bar{H}^2} + \frac{-\langle R\rangle}{6\bar{H}^2} = 1$,

se sigue por la (65), la (70) y la (71) que:[863]

(72) $\bar{\Omega}_k = 1 - 0.125 - (-0.024) \cong 0.899$

El valor no-cero de $\bar{\Omega}_k$ implica que el Universo es abierto cercano a plano. El autor obtiene un valor *negativo* del parámetro de desaceleración efectiva medida con relojes de los muros (*´dressed*'), revelando una *aparente* aceleración del Universo.[864]

(73) $q(\tau_w) = \frac{-(1-f_v)(8f_v{}^3 + 39f_v{}^2 - 12f_v - 8)}{(4 + f_v + 4f_v{}^2)^2}$

cuyo valor empírico, por la (52) y la (73), es:

(74) $q(\tau_w) = -0.0428^{+0.012}_{-0.0002}$

Pero, el valor del parámetro de desaceleración medida con relojes del tiempo promedio del Universo es *positivo*. Lo que significa, en realidad, que la expansión del Universo está desacelerando:[865]

(75) $\bar{q}(t) = \frac{1}{2}\bar{\Omega}_M + 2\bar{\Omega}_Q = \frac{1}{2}\bar{\Omega}_M - 2\frac{2f_v(1-f_v)(1-h_r)^2}{[h_r + f_v(1-h_r]^2}$

Por la (52), la (54), la (70) y la (75), obtenemos:

(76) $\bar{q}(t) = 0.015348$

---

[860] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 27 (ecuación 55) and David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732 , (2007): 2 (entre ecuaciones 6 y 7)

[861] David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732 , (2007): 42 and Ben Leith, Cindy Ng & David Wiltshire, "Gravitational energy as dark energy: Concordance of cosmological tests", en: *Astrophysical Journal* vol. 672 (2007): 4

[862] David Wiltshire, *"Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages*", en *New Journal of Physics* (2007): 9 (ecuación 10)

[863] Valor confirmado por David Wiltshire, en una comunicación privada al autor, del 5 de mayo de 2009

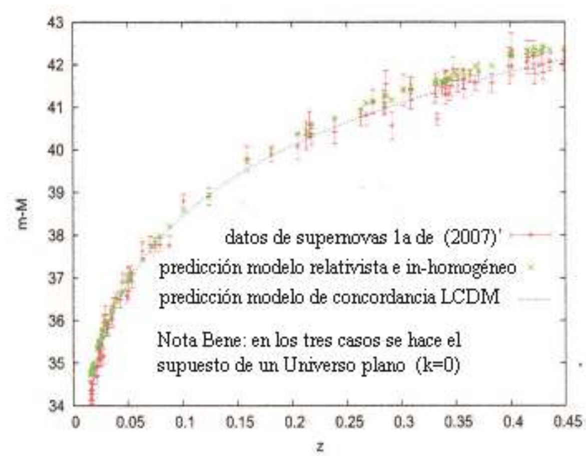
[864] David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732 (2007): 4 (ecuación 26)

[865] David Wiltshire, *"Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages*", en *New Journal of Physics* (2007): 28, ecuación (61)

La ecuación (75) nos dice también que hay dos momentos en la historia del Universo cuando el parámetro de desaceleración $\overline{q}(t) = \frac{1}{2}\overline{\Omega}_M$, a saber, cuando $2\overline{\Omega}_Q = 0$, lo que fue el caso en tiempos muy tempranos del Universo, cuando $h_r \rightarrow 1$ y será el caso al final de su historia, cuando $f_v \rightarrow 1$.[866]

En 2007, Mustapha Ishak y Roberto Sussman demostraron que los datos empíricos de las supernovas Ia se ajustan a los dos modelos, a saber, tanto al modelo ΛCDM que es newtoniano y homogéneo, con un componente de energía oscura, como el modelo de Szekeres, que es relativista e inhomogéneo, sin necesidad de un componente de energía oscura.[867]

Gráfica. Las supernovas 1a y los modelos newtoniano-homogéneo (ΛCDM) y relativista-inhomogéneo

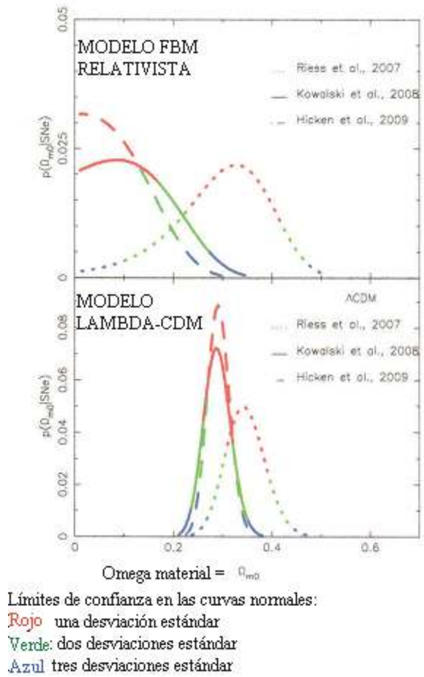


Con otras palabras, dos modelos explican el mismo fenómeno observado. Tanto el modelo estándar ΛCDM, así como el nuevo modelo de Buchert-Wiltshire explican en teoría el fenómeno de la aparente aceleración de la expansión de regiones cercanas del Universo. Si bien es cierto, desde el punto de vista del cálculo de la probabilidad de que los mismos datos correspondan a un modelo u otro,[868] el modelo ΛCDM con $\Omega_\Lambda = 0.73$ ($\chi^2 = 105$) lleva una ligera ventaja sobre el modelo relativista de Szekeres con $\Omega_\Lambda = 0$ ($\chi^2 = 112$), esto no quita que "*en vista de las posibles incertidumbres sistemáticas implicadas en los datos de las supernovas, no es claro que la diferencia entre los dos χ^2 sea significante*."[869] Kwan, Francis y Lewis compararon los resultados para la densidad de materia del Universo Ω_M, en tres muestras de supernovas SN1a, producidos por el modelo estándar ΛCDM y el modelo relativsta de Wiltshire y Leich, llamado *FMB*, respectivamente. Concluyen que el modelo ΛCDM da resultados más o menos concordantes para las tres muestras, mientras en el modelo *FMB* los resultados

[866] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en: *New Journal of Physics* (2007): 28
[867] Mustapha Ishak, Roberto Sussman *et al.*, "Dark Energy or Apparent Acceleration Due to a Relativistic Cosmological Model More Complex than FLRW?". arXiv:0708.2943 (2008)
[868] Véase el cuadro matemático 15.3 de la Sección 15.2
[869] Mustapha Ishak, Roberto Sussman *et al.*, "Dark Energy or Apparent Acceleration Due to a Relativistic Cosmological Model More Complex than FLRW?". arXiv:0708.2943 (2008): 5

para la muestra de Riess difieren de las muestras de Kowalski y Hicken, como podemos apreciar en la siguiente gráfica. De hecho, en ambos modelos los resultados de la muestra de Riess no son concordantes con los de Kowañski y Hicken, solamente que en el modelo ΛCDM las diferencias caen dentro del rango de error de una desviación estándar y en el modelo *FMB* dentro del rango de error de dos desviaciones estándar. Tal vez, los diferentes resultados en las diferentes muestras se deban a errores de observación o calibración.

Gráfica. Comparación de estimaciones de Ω_M por los modelos ΛCDM y FBM (relativista)[870]



La evolución de estructuras grandes del Universo. Acabamos de ver las grandes variaciones del parámetro de Hubble, según la región y el reloj del observador. Al no tomar en cuenta estas variaciones sustanciales, los modelos para simular la evolución de estructuras grandes del Universo están equivocados y, en consecuencia, "*todos los pasos para medir las masas de cúmulos de galaxias tendrían que ser reconsiderados cuidadosamente*."[871] En un principio, cuando el Universo era casi perfectamente homogéneo, y las perturbaciones eran mínimas, existía una densidad crítica de materia uniforme que determinó cuáles regiones colapsarían gravitacionalmente para formar estructuras grandes, y cuáles no, fijando una frontera imaginaria entere ambas situaciones. Hoy día "*estimamos esta densidad crítica, extrapolando hacia atrás nuestro actual parámetro de Hubble* H_0, *suponiendo que la evolución del Universo es liso (smooth) y que* $3H_0^2/(8\pi G)$ *es la densidad crítica en la época presente, lo que es un error.*"[872]

Estamos eligiendo el modelo equivocado, cuando, en el estudio de la evolución de los cúmulos de galaxias, suponemos que la densidad promedio del momento actual, determinada por nuestro

[870] Juliana Kwan, Matthew Francis & Geraint Lewis, "Fractal Bubble Cosmology: A concordant cosmological model?", arXiv:0902.4249 (2009): 2
[871] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 31
[872] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 10

muy particular cono de luz pasado, es la misma para el Universo en todas las regiones espacio-temporales y, en consecuencia, estamos tomando la densidad crítica equivocada para épocas pasadas de la evolución de estructuras grandes. En síntesis, "*el uso ingenuo de las ecuaciones de Friedmann en la cosmología contemporánea implica que probablemente estemos cometiendo errores garrafales en la selección [de los valores de los parámetros] del back-ground en los estudios de la formación de estructuras.*"[873] Por ejemplo, "*[n]i el parámetro de la densidad global-promedio* $\overline{\Omega}_M$*, ni el parámetro 'verdadero' de densidad [en regiones densas]* Ω_{MW} *, adquieren un valor numérico cercano a los valores del modelo de concordancia con energía oscura.*"[874] El hecho de que en el modelo de Buchert-Wiltshire, el Universo tiene una edad mil millones de años mayor que los 13.7 mil millones que le atribuyen en el modelo ΛCDM, también da más tiempo para la formación de estructuras grandes.

Veamos este punto con un poco más de detalle. Para analizar la distribución de la densidad de masa bariónica en cúmulos de galaxias, generalmente se usa el modelo Navarro-Frenk-White (=*NFW*).[875] El siguiente cuadro matemático sintetiza este modelo. El perfil de densidad en este modelo contiene, entre otras cosas, un factor de densidad crítica calibrada mediante el corrimiento al rojo observado. El problema es que esta densidad crítica se define en función del parámetro de Hubble global-promedio de épocas recientes de la evolución del Universo, cuyo valor es dependiente del modelo. En el modelo de Buchert-Wiltshire, su valor es 40 a 80% menor que el valor asignado en el modelo *NFW*.[876] Este margen de error no es trivial, y resulta del hecho de que el modelo *NFW* genera simulaciones en una dinámica gravitacional newtoniana de *N* cuerpos que dan resultados que difieren de los que se obtendrían en un modelo relativista inhomogéneo. Por ejemplo, si se sobreestima la densidad crítica ρ_{cri}, se subestima el contraste de densidad δ_C en la misma proporción. "*En consecuencia, es de esperar que el contraste de densidad en cúmulos de galaxias es mayor de lo que generalmente se supone.*"[877] El siguiente cuadro matemático sintetiza algunos aspectos del modelo en uso.

CUADRO MATEMÁTICO 16.10 La densidad de masa de un cúmulo

La masa total de un cúmulo se estima mediante la función de masa de cúmulos, que vimos en la Sección 14.3. El perfil de densidad de masa de Navarro-Frenk-White se originó en el análisis de cúmulos globulares y después se extendió a cúmulos de galaxias y nos enseña cómo se distribuye la masa bariónica en cierto volumen esférico. La siguiente gráfica visualiza los diferentes términos del perfil de densidad que a continuación se definen. El perfil de densidad de cúmulos de Navarro-Frenk-White nos da la densidad de masa en un volumen esférico con radio *r*.

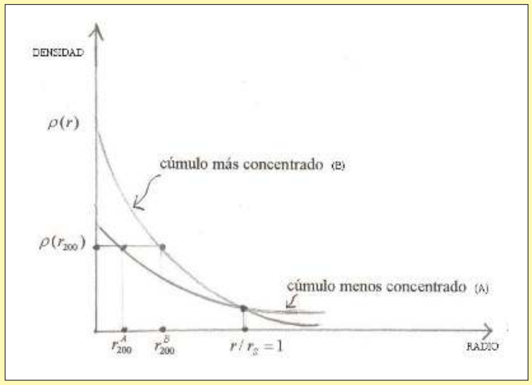
$$(77)\quad \rho(r) = \rho_{cri}\frac{\delta_C}{(r/r_S)(1+r/r_S)^2}$$

[873] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 10
[874] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 27
[875] Véase Julio Navarro, Carlos Frenk & Simon White, "The Structure of Cold Dark Matter Halos", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 462 (1996): 563-575 y "A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 490 (1997): 493-508
[876] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 52
[877] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 52

El contraste de densidad δ_C nos dice cuánto más densa es la densidad en el centro del cúmulo que afuera:

(78) $\delta_C = \frac{200}{3}\frac{C^3}{[\ln(1+C)-C/(1+C)]}$ (nota 878)

Gráfica. El perfil de densidad de cúmulos de Navarro-Frenk-White



Hay dos parámetros empíricos, a saber, el radio de escala r_S, de tal manera que $(r/r_S)=1$ y el 'parámetro de concentración' *C* que es la razón del radio r_{200} y el radio r_S:

(79) $C = r_{200}/r_S$ (nota 879)

En donde el radio r_{200} es el radio donde la densidad es 200 veces la densidad promedio del fondo, que es fijado por el modelo en la base de las simulaciones. El *problema* es que la densidad crítica ρ_{cri} se define en función del parámetro de Hubble global-promedio *H* y su correspondiente corrimiento al rojo *Z*:

(80) $\rho_{cri} = 3H^2(z)/(8\pi G)$.

y que la verdadera densidad crítica (en el modelo Buchert-Wiltshire) es:

(81) $\bar{\rho}_{cri} = 3\bar{H}^2(\bar{z})/(8\pi G)$

y el verdadero corrimiento al rojo, según la ecuación (50) del cuadro 16.8 es:

(50) $1+\bar{z} = \frac{dt_0/d\tau_{w_0}}{dt/d\tau_w}(1+z)$

No se trata de un margen de error trivial, porque *el resultado en el modelo de Buchert-Wiltshire (ecuación 81) es 40 a 80% menor que en el modelo newtoniano (ecuación 80).*

---

[878] Wiltshire transcribe la ecuación de *NFW* con un error, a saber: $\delta_C = 200C^3/[3\ln(1+C)-C/(1+C)]$. Compara David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 52 con Julio Navarro, Carlos Frenk & Simon White, "The Structure of Cold Dark Matter Halos", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 462 (1996): ecuación (4), pág. 566

[879] Wiltshire transcribe la ecuación de *NFW* con un error, a saber: $C = r_{200}/r$. Compara David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 52 con Julio Navarro, Carlos Frenk & Simon White, "The Structure of Cold Dark Matter Halos", en: *The Astrophysical Journal*, vol. 462 (1996): 566

Este margen de error de 40 a 80% en la densidad crítica del perfil de densidad explica, por ejemplo, la supuesta falta de galaxias muy masivas en el estudio de Vikhlinin y su equipo, analizado arriba.[880] Vikhlinin y su equipo señalan que falta un 50% de las galaxias masivas necesarias para que el modelo $\Omega_M = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0$, $h = 0.72$, sea válido, en el rango $0.55 < z < 0.90$. Abandonando, sin embargo, los supuestos erróneos de este modelo de computadora, señalados por Wiltshire, la cantidad de galaxias masivas resulta suficiente.

Las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo. Podemos especular que existe una relación directa entre el tema del apartado anterior (la formación de estructuras grandes del Universo) y el tema de este apartado (las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo = *CMBR*). La gráfica de las anisotropías de la *CMBR* que reproduje arriba[881] tiene cinco picos. La homogeneidad estadística a escala grande ($100\,h^{-1}\,Mpc$), representada por el primer pico, significa que no hay estructuras en el Universo que sean más grandes que esta escala. La escala de $30\,h^{-1}\,Mpc$ es la de los grandes vacíos y corresponde al segundo pico de correlación de la mencionada gráfica, que se encuentra dentro del rango de la formación no-lineal de estructuras. El tercer y cuarto pico corresponde a los cúmulos de galaxias y los mini-vacíos, respectivamente. Según Wiltshire, "*estas especulaciones cualitativas sobre el tema de cómo los picos de Doppler corresponden a las escalas observadas de estructuras de la época presente deberían de ser verificados mediante un modelo numérico de formación de estructuras*."[882]

La razón de ser de esta especulación es la siguiente. Así como se tienen que recalibrar todos los parámetros de los modelos donde se simula la evolución de estructuras grandes, a partir del nuevo paradigma de Buchert-Wiltshire, así deben reparametrizarse también los modelos que se construyen para interpretar las observaciones empíricas sobre las anisotropías de la *CMBR* . No se pone en duda la validez de estas observaciones, sino de los modelos cosmológicos que suelen usarse para su interpretación. Ya vimos la reparametrización del corrimiento al rojo.[883] Sin embargo, existen implicaciones profundas de esta reparametrización. En particular, el corrimiento al rojo de la Radiación Cósmica de Fondo (= *CMBR*) medida desde una posición en una región global-promedio resulta mayor y, en consecuencia, su energía o temperatura es menor, que las que se miden desde una posición en regiones gravitacionalmente más densas donde los relojes corren más lentamente. Con otras palabras, una consecuencia importante de la tasa diferencial de los relojes en galaxias y vacíos y global-promedio es que "*la temperatura de la CMBR es más baja cuando se mide en el volumen promedio de los vacíos:*"[884]

---

[880] La línea sólida de la gráfica del lado derecho en la doble gráfica de la Sección 15.3 debe moverse a la izquierda

[881] Véase la Sección 15.4

[882] David Wiltshire, "Cosmological equivalence principle and the weak field limit," en: *Physical Review D,* vol. 78 (2008): 11

[883] Véase la ecuación (50) de los cuadros matemáticos 16.8 y 16.10

[884] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 40. La temperatura que medimos desde nuestra posición es $T_0 = 2.725\,K$, con la conocida anisotropía máxima de $1/10^5$ pero, medida en una posición global-promedio sería $T_0 = \frac{d\tau_w}{dt} * 2.725\,K = \frac{1}{1.38}(2.725)\,K = 1.975\,K$

> *"El hecho de que observamos una Radiación Cósmica de Fondo casi istrópica implica que otros observadores también observarían una Radiación Cósmica de Fondo casi istrópica. Pero, esto no implica que estos observadores miden la misma temperatura que nosotros, ni la misma escala angular para los picos Doppler del espectro anisotrópico.(...) Un observador ideal co-moviéndose en un vacío mediría una edad un poco más avanzada del Universo y una Radiación Cósmica de Fondo istrópica con una temperatura promedio menor y una escala de anisotropía angular desplazada hacia ángulos más pequeños."*[885]

En consecuencia, cuando usamos la temperatura y el corrimiento al rojo de la *CMBR* medida desde nuestra posición terrestre, para fijar, hacia atrás, varios parámetros asociados al plasma primitivo, como suele suceder en el modelo ΛCDM, incurrimos en un error. Necesitamos recalibrar todas las cantidades asociadas al Universo temprano y estas recalibraciones, que tomarían en cuenta las variaciones de la energía gravitacional en diferentes regiones del Universo, "*nos permitirían obtener un modelo viable del Universo sin energía oscura*".[886]

En particular, no podemos suponer un valor de z_{dec} con la precisión presumida en la *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe,* porque estos valores incluyen incertidumbres y parametrizaciones propias del modelo ΛCDM. La recalibración de los algoritmos que expliquen los picos del espectro de anisotropías de la *CMBR* desde el modelo actualmente en uso, para llegar a los nuevos algoritmos del nuevo modelo de Buchert-Wiltshire, requerirá un esfuerzo enorme.[887] Lo mismo afirman Hunt y Sarkar: "*dado este parámetro del Hubble global más pequeño [en comparación con los voids], los datos de la WMAP- 5 sobre las anisotropías de la radiación cósmica de fondo pueden ser ajustados (fitted) sin necesidad de energía oscura*".[888]

La ***conclusión*** de todo lo anterior es que es posible prescindir de la especulación sobre la energía oscura al explicar la aparente aceleración de la expansión del Universo, la evolución de los cúmulos de galaxias y las anisotropías de la Radiación Cósmica de Fondo, si adaptamos el enfoque relativista de Wiltshire: "*Como físicos teóricos, estamos demasiado inclinados para añadir todo tipo de factores a la acción gravitacional, aún cuando violan principios físicos básicos (...), en lugar de pensar profundamente sobre los problemas operacionales básicos del objeto de nuestro estudio. En mi punto de vista, Einstein tuvo razón en la Relatividad General y lo que yo he presentado sigue lógicamente de su teoría....*"[889]

No todos los cosmólogos se dan por enterados de este nuevo enfoque. En su nuevo libro sobre cosmología, Weinberg sostiene el modelo tradicional ΛCDM y no entra en discusión con el nuevo modelo relativista.[890] Ya había comentado Kuhn que las revoluciones científicas tardan en abrirse camino en la comunidad académica.[891]

---

[885] David Wiltshire, "Exact solution to the averaging problem in cosmology", arXiv:0709.0732, págs 1-2
[886] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 32
[887] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 32
[888] Paul Hunt & Subir Sarkar, "Constraints on large scale inhomogeneities from WMAP-5 and SDSS: confrontation with recent observations", arXiv:0807.4508, pág.1
[889] David Wiltshire, "Cosmic clocks, cosmic variance and cosmic averages", en *New Journal of Physics* (2007): 62
[890] Steven Weinberg, *Cosmology* (2009). En su libro no se encuentra ni una sola referencia a los ensayos de Cooperstock y Tieu, de Brownstein y Moffat, o de Buchert y Wiltshire.
[891] Thomas Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions* (1996)

Sección 16.4. La transformación del tensor de Einstein según el Principio de Mach

Algunos cosmólogos se han propuesto revivir el Principio de Mach, para obtener una solución al problema de la energía oscura. El Principio de Mach sostiene que la inercia experimentada por un objeto resulta de los efectos gravitacionales combinados de toda la materia en el Universo que actúan sobre él. Robin Booth del *Insular Institute* presenta una versión matemática del Principio de Mach, por medio de la cual pretende sustituir la constante gravitacional newtoniana G en el tensor de Einstein por una variable que se deriva de una ecuación que establece la equivalencia (con signo opuesto) de la energía de masa inercial de una partícula, por un lado, y la suma de de toda la energía gravitacional potencial que existe entre esta partícula y todas las demás partículas del Universo, por otro lado.[892] El siguiente cuadro matemático (16.11) presenta algunos pasos de este razonamiento.

CUADRO MATEMÁTICO 16.11 La transformación del tensor de Einstein a partir del principio de Mach

La energía de masa inercial de una partícula se supone igual a la energía gravitacional potencial acumulada entre estas partícula y todas las demás partículas del Universo:

$$(51)\ mc^2 = -\sum_N \frac{Gmm}{r} \Rightarrow (52)\ mc^2 = -4\pi\alpha^{-1}Gm\int_0^R \rho(r)\, r^2 . \frac{1}{r}\, dr,$$

en donde $R = c/H$ es el radio gravitacional del Universo y α una constante adimensional. En el supuesto de que la distribución de toda la materia en el Universo sea homogénea e isotrópica, $\rho(r)$ sale de la integral, como si fuera una constante y podemos definir G como una función del radio R y la densidad de masa gravitacional efectiva $\bar{\rho}$:

$$(53)\ mc^2 = -4\pi\alpha^{-1}Gm\,\bar{\rho}(r)\left(\frac{1}{2}R^2 - 0\right) = -2\pi\alpha^{-1}Gm\,\bar{\rho}\,R^2 \Rightarrow$$

$$(54)\ G = \frac{mc^2}{-2\pi\alpha^{-1}m\,\bar{\rho}\,R^2} = -\frac{\alpha c^2}{2\pi R^2 \bar{\rho}}$$

Sustituimos en el tensor de Einstein (ecuación 55 =ecuación 286 del Apéndice VI B) la constante G por la ecuación (54):

$$(55)\ G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T^{\mu\nu} \Rightarrow (56)\ G^{\mu\nu} = \frac{4\alpha}{R^2\bar{\rho}c^2}T^{\mu\nu}$$

y para obtener una compatibilidad con la gravitación newtoniana en el caso límite de un campo débil, el valor de la constante debe de ser α =3/4, lo que nos da el nuevo tensor de Einstein (la ecuación 17 en el manuscrito *arXiv* de Booth):

$$(57)\ G^{\mu\nu} = \frac{3}{R^2\bar{\rho}c^2}T^{\mu\nu}$$

[892] Robin Booth, "Machian General Relativity: a Possible Solution to the Dark Energy Problem and an Alternative to Big Bang Cosmology", en: arXiv:gr-qc/0106007

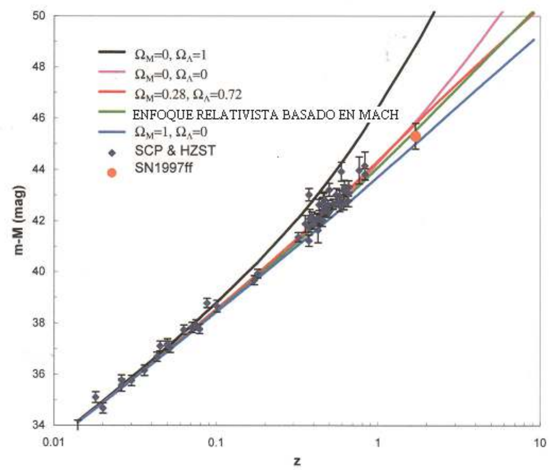
Resolviendo este tensor con la métrica de Robertson-Walker, Booth obtiene la siguiente ecuación de la velocidad de expansión del Universo:

$$(58)\ \dot{a} = c\sqrt{\frac{\rho}{\bar{\rho}} - k}\,,$$

lo que significa que en un Universo plano ($k = 0$), en regiones de alta concentración de masa ($\rho > \bar{\rho}$ o $\rho = \bar{\rho}$), el horizonte del Universo se aleja con la velocidad de la luz.

A partir de estas ecuaciones, Booth obtiene un diagrama de Hubble, en donde la relación entre distancia y corrimiento al rojo, derivada de este tensor de Einstein transformado por el Principio de Mach, es compatible con las observaciones, como se puede apreciar en la siguiente gráfica:

Gráfica. Diagrama de Hubble enfoque relativista según el Principio de Mach[893]



No estoy de acuerdo con el planteamiento un tanto simplista de Booth, por lo siguiente:

1) No hay manera de distinguir científicamente entre el movimiento inercial de una partícula en la ausencia de un campo gravitacional, o en el campo gravitacional de un universo homogéneo e isotrópico entero, que es el supuesto del planteamiento de Booth.
2) Este supuesto de la homogeneidad e isotropía del Universo a escala grande es erróneo como acabamos de ver en el modelo de Buchert-Wiltshire.
3) Las observaciones sobre la correlación entre distancia y corrimiento al rojo de galaxias son compatibles con muchos y muy diferentes modelos, como demuestra la misma gráfica de Booth y como hemos visto a lo largo de este capítulo.
4) La compatibilidad de su modelo con estas observaciones no implica, en absoluto, que su modelo sea corroborado por las observaciones ni que explique las observaciones.

Pienso, entonces, que de los enfoques relativistas para explicar la aparente aceleración de la expansión del Universo, es preferible el de Buchert-Wiltshire que analicé en la Sección 16.3.

---

[893] Robin Booth, "Machian General Relativity: a Possible Solution to the Dark Energy Problem and an Alternative to Big Bang Cosmology", en: arXiv: gr-qc/0106007, (2008): 4.